

CARLOS EDUARDO BARBOSA JUNIOR
WILSON ROCHA MENESES JUNIOR

METODOLOGIA PARA A OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS CONSTRUTIVOS DE UM FOGUETE

**Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**

São Paulo

2004

10.2
—
2004

CARLOS EDUARDO BARBOSA JUNIOR
WILSON ROCHA MENESES JUNIOR

METODOLOGIA PARA A OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS CONSTRUTIVOS DE UM FOGUETE

**Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**

Orientador

Prof. Dr. Marcos Pimenta

Co-Orientador

Prof. Dr. Euryale de Jesus Zerbini

São Paulo

2004

AGRADECIMENTOS

Dedicamos nossos sinceros agradecimentos apresentados em uma seqüência de nomes, que não necessariamente implica em uma ordem de importância:

Ao Prof. Dr. Marcos Pimenta, nosso orientador, que acreditou em nossa proposta e aceitou o convite para orientar este trabalho. Foi um prazer ter a chance de trabalhar em conjunto com um professor de tamanha competência acadêmica e respeito aos alunos.

Ao Prof. Dr. Euryale de Jesus Zerbini, que além de em suas aulas incitar a idéia inicial do trabalho, foi de vital importância para a realização deste estudo contribuindo com o que consideramos muito importante, extremas atenção e dedicação. Além disso, é claro que nos forneceu informações técnicas, teóricas e até mercadológicas que foram imprescindíveis para o sucesso deste trabalho.

Aos nossos familiares que foram de suma importância ao trilhar nossos caminhos para chegar até este trabalho, além de todo amor e dedicação.

RESUMO

A elaboração deste estudo foi dividida em duas partes, a relativa ao motor e a relativa à dinâmica do foguete. Utilizando conceitos de combustão, escoamento de fluidos compressíveis através de bocais e dinâmica de corpo rígido, foi elaborada uma metodologia que, dados alguns parâmetros de entrada são simulados os desempenhos da câmara de combustão e do bocal, convergindo para uma análise dinâmica da missão a ser realizada pelo foguete.

ABSTRACT

The present study was divided in two parts, the first one which is related to the engine and the second, related to the dynamics of the rocket. Using concepts of combustion, compressible flow through nozzle and rigid body dynamics, a routine was developed in which, given some input parameters, the performance of the combustion chamber and the nozzle is simulated, converging to a dynamic analysis of the mission to be done by the rocket.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	10
2. OBJETIVO.....	12
3. DEFINIÇÃO DO CAMPO DE APLICAÇÃO DOS FOGUETES.....	12
3.1. APLICAÇÃO CIVIL	12
3.2. APLICAÇÃO MILITAR.....	13
4. DELIMITAÇÃO DOS PARÂMETROS INICIAIS.....	14
5. ESTUDO DAS POSSÍVEIS CONFIGURAÇÕES DO FOGUETE.....	14
5.1. QUANTO AO DE PROPELENTE UTILIZADO.....	14
5.1.1. <i>Propelente líquido</i>	14
5.1.2. <i>Propelente sólido</i>	15
5.2. QUANTO À CONSTRUÇÃO	15
5.2.1. <i>Câmara</i>	15
5.2.2. <i>Ignitor</i>	16
5.2.3. <i>Acessórios</i>	16
6. MOTOR FOGUETE	17
6.1. PROPELENTE	17
6.2. TAXA DE EROÇÃO (BURNING RATE).....	18
6.3. GEOMETRIA DO GRÃO DE PROPELENTE	19
6.3.1. <i>Cálculo da área da seção transversal do grão estrela</i>	20
6.4 PRESSÃO NA CÂMARA DE COMBUSTÃO.....	23
6.4. ESÇOAMENTO COMPRESSÍVEL NO BOCAL.....	24
6.4.1. <i>Hipóteses consideradas</i>	24
6.4.2. <i>Empuxo</i>	25
6.4.3. <i>Demais relações referentes ao escoamento compressível</i>	25
6.5. METODOLOGIA PARA A DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MOTOR	28
6.5.1. <i>Resultados</i>	30

7. ESTUDO DINÂMICO DO FOGUETE.....	32
7.1. INTRODUÇÃO	32
7.2. UMA PRIMEIRA APROXIMAÇÃO	32
7.2.1. <i>Hipóteses</i>	32
7.2.2. <i>Modelagem</i>	32
7.2.3. <i>Exemplo de Aplicação</i>	33
7.3. UMA MODELAGEM MAIS SOFISTICADA	34
7.3.1. <i>Hipóteses</i>	34
7.3.2. <i>Modelagem</i>	35
7.3.3. <i>Constantes utilizadas na modelagem</i>	35
7.3.4. <i>Implementação</i>	39
8. FLUXO DE INFORMAÇÕES	40
9. RESULTADOS	41
9.1. FOGUETE ANTI-GRANIZO	41
9.1.1. <i>Particularidades</i>	41
9.1.2. <i>Resultados</i>	42
9.2. FOGUETE ANTI-TANQUE.....	45
9.2.1. <i>Particularidades</i>	45
9.2.2. <i>Resultados</i>	46
9.3. FOGUETE DE SATURAÇÃO.....	49
9.3.1. <i>Particularidades</i>	49
10. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	53
11. BIBLIOGRAFIA	55
12. APÊNDICES	57
12.1. CÓDIGO FONTE DO PROGRAMA	57

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Foguetes agrícolas: Lazur – 1, Alan e Poliéster Priboj (da esquerda para a direita).....	12
Figura 2 - Foguetes Saegheh, Haseb e Noor (da esquerda para a direita)	13
Figura 3 - Mísseis Toophan, Tosan 1 e Misahg 1 (da esquerda para a direita).....	13
Figura 4 - Disposição do propelente na câmara e respectivos históricos de empuxo	15
Figura 5 - Ignitor.....	16
Figura 6 - Taxa de erosão x Pressão na câmara.....	18
Figura 7 - Histórico de empuxo de diversas geometrias de grãos	19
Figura 8 - Variação da área de reação do grão com geometria estrelada com o tempo.....	20
Figura 9 - Desmembramento da ST do grão para facilitar o cálculo da área e definição das variáveis da análise.....	21
Figura 10 - Definição das divisões da geometria para o cálculo da área total	22
Figura 11 - Pressão na câmara de combustão x Tempo.....	23
Figura 12 - Volume de controle no bocal.....	25
Figura 13 - Fluxograma simplificado do método para encontrar P_c	29
Figura 14 - Janela da planilha com os dados de entradas e resultados	30
Figura 15 - Desempenho do foguete	33
Figura 16 - Diagrama de corpo livre do foguete	34
Figura 17 - Velocidade máxima do foguete em função da velocidade dos gases de saída e relação de massas	36
Figura 18 - Fluxo de informações.....	40
Figura 19 - Lançamento de um foguete anti-granizo	41
Figura 20 - Trajetória, $h(x)$, do caso 1	43
Figura 21 - Velocidade pelo tempo, $v(t)$, do caso 1	43
Figura 22 - Altura em função do tempo do caso 1	44
Figura 23 - Inclinação do corpo do foguete em função do tempo para o caso 1	44
Figura 24 - Lançamento de um foguete anti-tanques.....	45
Figura 25 - Trajetória, $h(x)$, do caso 2	47
Figura 26 - Velocidade pelo tempo, $v(t)$, do caso 2	47

Figura 27 - Altura em função do tempo do caso 2	48
Figura 28 - Inclinação do corpo do foguete em função do tempo para o caso 2	48
Figura 29 - Caminhão carregado com foguetes de saturação.....	49
Figura 30 - Trajetória, $h(x)$, do caso 3	51
Figura 31 - Velocidade pelo tempo, $v(t)$, do caso 3	51
Figura 32 - Altura em função do tempo do caso 3.....	52
Figura 33 - Inclinação do corpo do foguete em função do tempo para o caso 3	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Especificações dos foguetes agrícolas.....	12
Tabela 2- Especificações dos foguetes da Iran - AIO	13
Tabela 3 - Parâmetros iniciais	14
Tabela 4 - Propriedades de alguns propelentes.....	17
Tabela 5- Constantes da taxa de erosão para a KN- Dextrose	18
Tabela 6 - Parâmetros de entrada e alguns resultados para foguete anti-granizo	42
Tabela 7 - Dados de entrada e alguns resultados para um foguete anti-tanque	46
Tabela 8 - Dados de entrada e alguns resultados para um foguete de saturação ...	50

1. INTRODUÇÃO



Em sua concepção inicial os foguetes não tinham o objetivo de ir ao espaço. As primeiras experimentações a respeito desta tecnologia datam de 400 AC na Grécia. Naquela época o homem já tentava enviar um objeto para as alturas, movido a propulsão. Ou seja, algo capaz de empurrar um objeto, com muita força.

Outros povos tiveram experiências com o lançamento de foguetes, entre eles os chineses. O primeiro combustível sólido para os foguetes era uma espécie de pólvora, e a referência registrada mais antiga sobre a pólvora vem da China do final do terceiro século antes de Cristo. Tubos de bambu cheios com salitre, enxofre e carvão eram atirados em fogos cerimoniais durante festivais religiosos, na esperança que o barulho da explosão afugentasse os espíritos malignos.

É provável que mais do que alguns destes tubos de bambu estivessem mal selados e, em vez de rebentarem com uma explosão, simplesmente “saltassem do fogo”. Na verdade eram disparados pela pólvora que ardia rapidamente. Alguns observadores mais espertos, cujos nomes ficaram perdidos na história, terão iniciado experiências para produzirem deliberadamente o mesmo resultado que tinham observado nos tubos de bambu que derramavam fogo.

A lógica permaneceu a mesma no decorrer dos séculos. Mas as dimensões dos artefatos foram aumentando. O primeiro foguete, feito pelo físico americano Robert Goddard (1882 - 1945) foi lançado em 1926. Ele subiu apenas 12 metros, e se espatifou no chão. Mas já era um começo.

A verdadeira evolução dos foguetes em direção aos modelos modernos aconteceu por motivos nada nobres: bombardear cidades. Durante a Segunda Guerra Mundial, o engenheiro alemão Wernher von Braun e sua equipe desenvolveram os mortíferos V1 e V2, que deram origem aos modernos foguetes espaciais e mísseis de

longo alcance. Mais de mil mísseis atingiram cidades européias. Depois da guerra, os EUA e a antiga União Soviética utilizaram o V2 para desenvolver pesquisas sobre propulsão e trajetória, fundamentais para enviar um objeto ao espaço.

2. OBJETIVO

Elaborar uma metodologia para a obtenção dos parâmetros construtivos de um foguete de pequeno porte para aplicações diversas, tanto civis como militares, sendo como objetivo da análise o dimensionamento da câmara de combustão, do bocal e dos estabilizadores, além da escolha do propelente a ser utilizado e da geometria do foguete.

Os parâmetros iniciais de análise considerados serão a *massa da carga*, o *alcance vertical* e o *raio de ataque*.

3. DEFINIÇÃO DO CAMPO DE APLICAÇÃO DOS FOGUETES

Foram selecionadas duas áreas de aplicação iniciais do foguete: civil e militar.

3.1. Aplicação civil

Como aplicação civil foi escolhido o uso em aplicações agrícolas, como a dispersão de iodeto de prata nas nuvens para evitar chuva de granizo. Foi feita uma pesquisa dos produtos disponíveis no mercado e foram encontrados três modelos.



Figura 1 – Foguetes agrícolas: Lazur – 1, Alan e Poliéster Priboj (da esquerda para a direita)

Tabela 1 - Especificações dos foguetes agrícolas

	LAZUR – 1	POLIESTER PRIBOJ ANTI-HAIL ROCKET	ALAN
Calibre	82,5mm	72mm	69mm
Tamanho	1520mm	950mm	975mm
Massa	3,5kg	5,3kg	6,3kg
Massa da carga de reagente	0,4kg (AgI)	0,4kg(AgI)	n/d
Raio de alcance	8,5km	7km	14,0km
Altitude máxima	6,2km	5,5km	n/d
Tempo de queima do propelente	33±1,5s	6 a 60s (Depende do modelo)	n/d

3.2. Aplicação militar

Apesar de ser uma área com difícil acesso a informações foram encontradas informações de produtos de um fabricante iraniano de mísseis. Dentro dos modelos apresentados foram selecionados alguns modelos que apresentam ordem de grandeza similar à dos foguetes apresentados acima.



Figura 2 - Foguetes Saegheh, Haseb e Noor (da esquerda para a direita)



Figura 3 - Mísseis Toophan, Tosan 1 e Misahg 1 (da esquerda para a direita)

Tabela 2- Especificações dos foguetes da Iran - AIO

	SAEGHEH	HASEB	NOOR	TOOPHAN	TOSAN 1	MISAGH 1
Calibre	40mm	107mm	122mm	150m	135m	71m
Tamanho	590mm	837mm	2050mm	1450m	965m	1477m
Massa	1.4kg	19kg	45kg	19,1kg	17,2kg	10,7kg
Massa da cabeça de guerra	1.1kg	6.3kg	18.35kg	4,1kg	2kg	1,4kg
Velocidade máxima	150m/s	377m/s	720m/s	n/d	n/d	n/d
Raio de ataque máximo	1.8km	8.5km	18km	3,9km	4km	4km
Raio de ataque mínimo	n/d	n/d	n/d	68m	100m	500m

4. DELIMITAÇÃO DOS PARÂMETROS INICIAIS

Para a delimitação dos parâmetros iniciais serão considerados os dados da pesquisa realizada no item anterior. Com o desenvolvimento do estudo da dinâmica de foguetes os parâmetros iniciais poderão ser redefinidos.

Tabela 3 - Parâmetros iniciais

	CIVIL	MILITAR
Altitude máxima	4 a 8 km	-
Raio de ataque	<1 a 8 km	<1 a 30 km
Massa da carga transportada	3 kg	1 a 30 kg

5. ESTUDO DAS POSSÍVEIS CONFIGURAÇÕES DO FOGUETE

Dentre as possíveis aplicações de foguetes, as principais são citadas a seguir:

- Sistema de propulsão de aviões ou sistemas auxiliares de propulsão;
- Projéteis;
- Sistema de propulsão de mísseis guiados;
- Satélites e veículos espaciais.

Existem algumas variações nos parâmetros construtivos dos foguetes. Visamos, a seguir, estudar as possíveis configurações para os casos abordados neste trabalho.

5.1. Quanto ao de propelente utilizado

5.1.1. *Propelente líquido*

Em foguetes que empregam propelente líquido, há a necessidade da construção de dois tanques, um para o combustível e outro para o oxidante, além da utilização de elementos como bombas, injetores e válvulas, tornando este tipo de construção, se comparado às outras alternativas, mais complexo e custoso.

Suas principais aplicações são em foguetes de grande porte e mísseis guiados, onde é possível controlar-se a combustão na câmara.

5.1.2. Propelente sólido

Em foguetes com propelente sólido, todo o propelente a ser queimado já está contido na câmara de combustão. Este tipo de propulsão é indicado para uma combustão rápida (até 35 segundos). Sua aplicação mais comum é em projéteis em geral. Mostra-se a alternativa mais simples de se fabricar.

5.2. Quanto à construção

Para a aplicação escolhida, não há motivos para que não se utilize combustível sólido. Partindo desta escolha, existem algumas possíveis configurações a serem estudadas:

5.2.1. Câmara

O fator mais importante a ser considerado é a disposição do propelente na câmara. O gráfico abaixo ilustra algumas geometrias e seus históricos de empuxo.

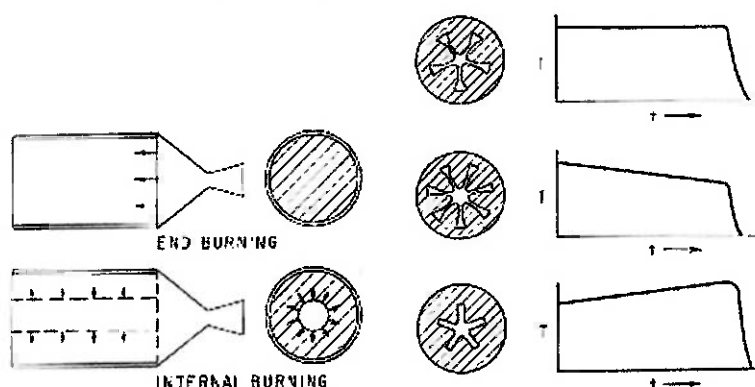


Figura 4 - Disposição do propelente na câmara e respectivos históricos de empuxo

5.2.2. Ignitor

Devido a dimensão dos foguetes abordados neste trabalho será utilizado o ignitor do tipo pirotécnico, como o ilustrado na figura abaixo.

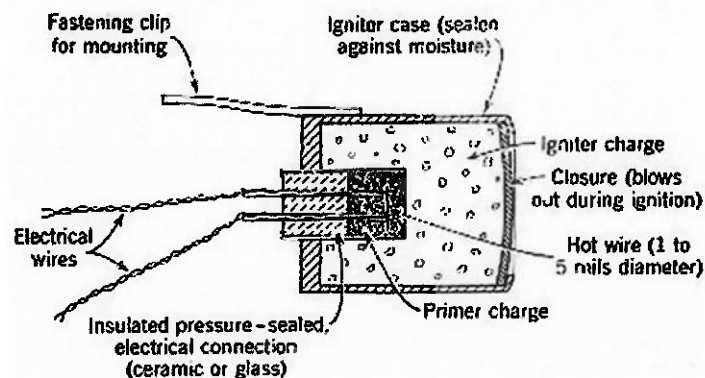


Figura 5 - Ignitor

5.2.3. Acessórios

- Válvula de alívio de pressão na câmara de combustão;
- Diafragma – compensa possíveis dilatações do propelente na câmara de combustão;
- Pára-quedas – Recuperação do corpo e prevenção de acidentes;
- Timer ou detonadores – detonação da carga;
- Asas e estabilizadores.

6. MOTOR FOGUETE

6.1. Propelente

A escolha do propelente é fator definitivo para o alcance vertical do foguete, pois dá contribuição essencial para a força de empuxo e para o impulso total. Abaixo está uma tabela com algumas opções de propelentes e suas respectivas propriedades.

Tabela 4 - Propriedades de alguns propelentes

	AFT (°K)	Isp at 1000psi (s)	k	Ve (m/s)	ρ (Kg/m ³)
Zn + Sulphur	1810	125	1.18	1412	2200
KNO ₃ + Sucrose	1720	166	1.13	1171	1890
KNO ₃ + Dextrose	1710	164	1.13	1126	1879
KNO ₃ + Sorbitol	1787	164	1.12	1214	1841
NH ₄ NO ₃ + Binder + Mn	1282	192	1.26	1209	1510
NH ₄ Per-chlorate + Al + Polymer Binder	2816	262	1.21	1590	1690

O combustível escolhido para a análise da combustão neste trabalho será o KNO₃ com adição de dextrose, pois é um propelente relativamente seguro e de baixo custo. Apesar de ser um propelente de baixo desempenho este propelente tem a vantagem de ser mais estável que os demais propelentes que utilizam Zn ou Mn em sua formulação.

6.2. Taxa de erosão (burning rate)

O propelente de um foguete queima radialmente, ou seja, na direção normal à superfície inicial da carga, e mantém a proporção da geometria inicial durante todo o processo de combustão. Há uma dependência entre a taxa de queima linear e a pressão, conhecida como Lei de Vieille apresentada da seguinte forma:

$$r = bp^n \quad (6.1)$$

onde b e n são constantes específicas do combustível utilizado, determinadas experimentalmente. O gráfico abaixo demonstra como a taxa de erosão evolui com a variação da pressão.

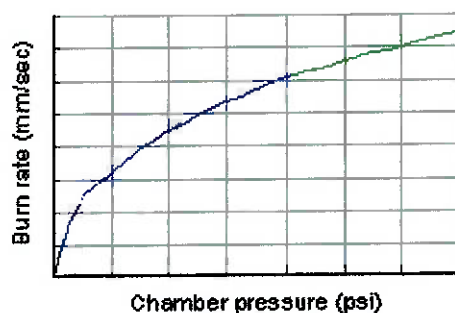


Figura 6 - Taxa de erosão x Pressão na câmara

As constantes b e n presentes na equação da lei de Vieille são específicas para cada propelente. Os valores são obtidos empiricamente, não tendo uma fórmula ou metodologia para obter estes resultados analiticamente. Para este trabalho serão adotados os valores para o combustível KN – Dextrose, obtidos empiricamente, presentes na bibliografia [6]. Na tabela abaixo estão estes valores em função da faixa de pressão em que o propelente é consumido.

Tabela 5- Constantes da taxa de erosão para a KN- Dextrose

KN-Dextrose				
Pressure range			b	n
Mpa			mm/sec. (Mpa)	
0.103	to	0.779	8.88	0.619
0.779	to	2.57	7.55	-0.009
2.57	to	5.93	3.84	0.688
5.93	to	8.50	17.2	-0.148
8.50	to	11.20	4.78	0.442

6.3. Geometria do grão de propelente

Existem diversas opções de geometria da seção transversal do grão de propelente. Cada geometria tem suas características individuais, sendo o histórico de empuxo a característica mais importante relacionada à geometria utilizada. Este fato é justificado pelo empuxo ser proporcional à área de queima, ou seja, à área superficial onde ocorrerá a reação de combustão.

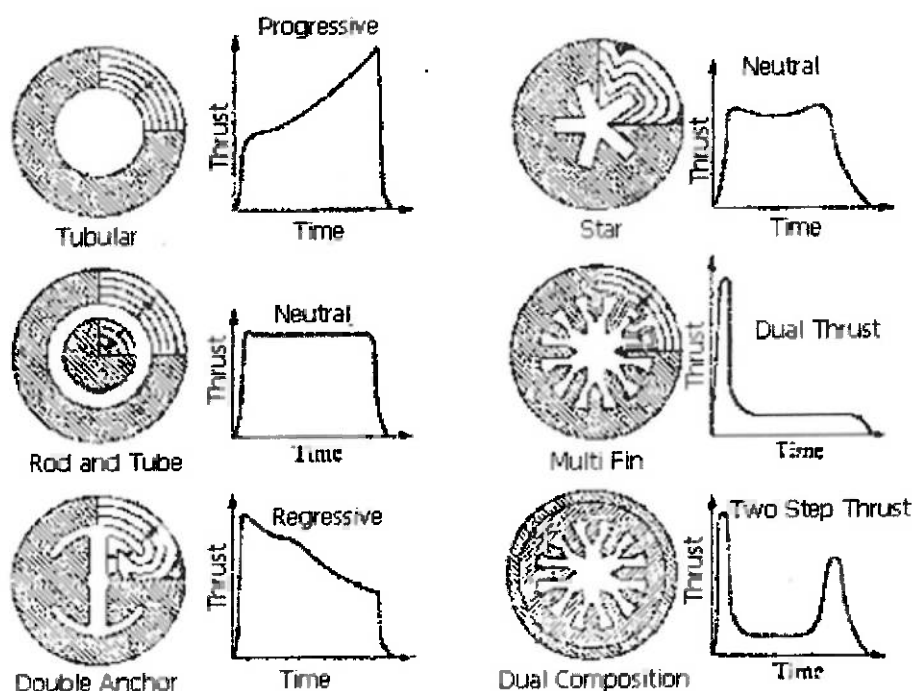


Figura 7 - Histórico de empuxo de diversas geometrias de grãos

O empuxo gerado pelo motor foguete é proporcional à área superficial onde ocorrerá a reação de combustão, em qualquer instante de tempo. Isto é referido como área instantânea de queima. Vale ressaltar que a reação se dá sempre na direção normal à superfície do grão.

Na figura seguinte é mostrado um conceito importante sobre a dinâmica da queima do propelente. As linhas de contorno representam a superfície de queima sendo consumida com o passar do tempo. Como pode ser notado, a geometria do tipo estrela proporciona o que é denominada “combustão neutra”, ou seja, a área de reação é aproximadamente constante com o passar do tempo. Isso é comprovado pelo gráfico presente na Figura 8, que descreve a evolução da área superficial em função da porcentagem queimada do propelente disponível na câmara.

Uma combustão “neutra” geralmente é desejada, pois resulta em uma maior eficiência em relação ao impulso total pelo fato de o bocal operar de uma maneira mais eficiente quando sujeito a uma pressão de operação constante.

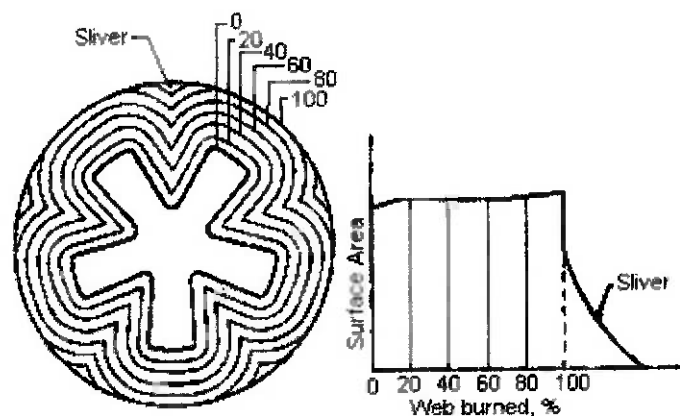


Figura 8 - Variação da área de reação do grão com geometria estrelada com o tempo

Devido a este fato a geometria do tipo estrelada foi escolhida para o desenvolvimento deste trabalho. Na análise da dinâmica do funcionamento do motor, tendo em vista simplificar o modelo adotado, será admitida então uma área de reação constante por todo o período de regime permanente de operação do bocal.

6.3.1. Cálculo da área da seção transversal do grão estrela

Para determinar a massa de propelente utilizada na câmara de combustão do foguete é essencial determinar a área da seção transversal do grão. A escolha da geometria do tipo estrela gerou uma certa dificuldade para o cálculo desta área, assim, serão feitas algumas hipóteses e considerações para que seja possível calcular um valor aproximado da área da seção transversal do grão.

A primeira consideração será que a geometria do grão será composta pela composição de algumas formas geométricas que possibilitem o cálculo das respectivas áreas. Dessa forma será considerado que o a estrela seja formada por um anel e cinco seções circulares, como mostrado na figura seguinte.

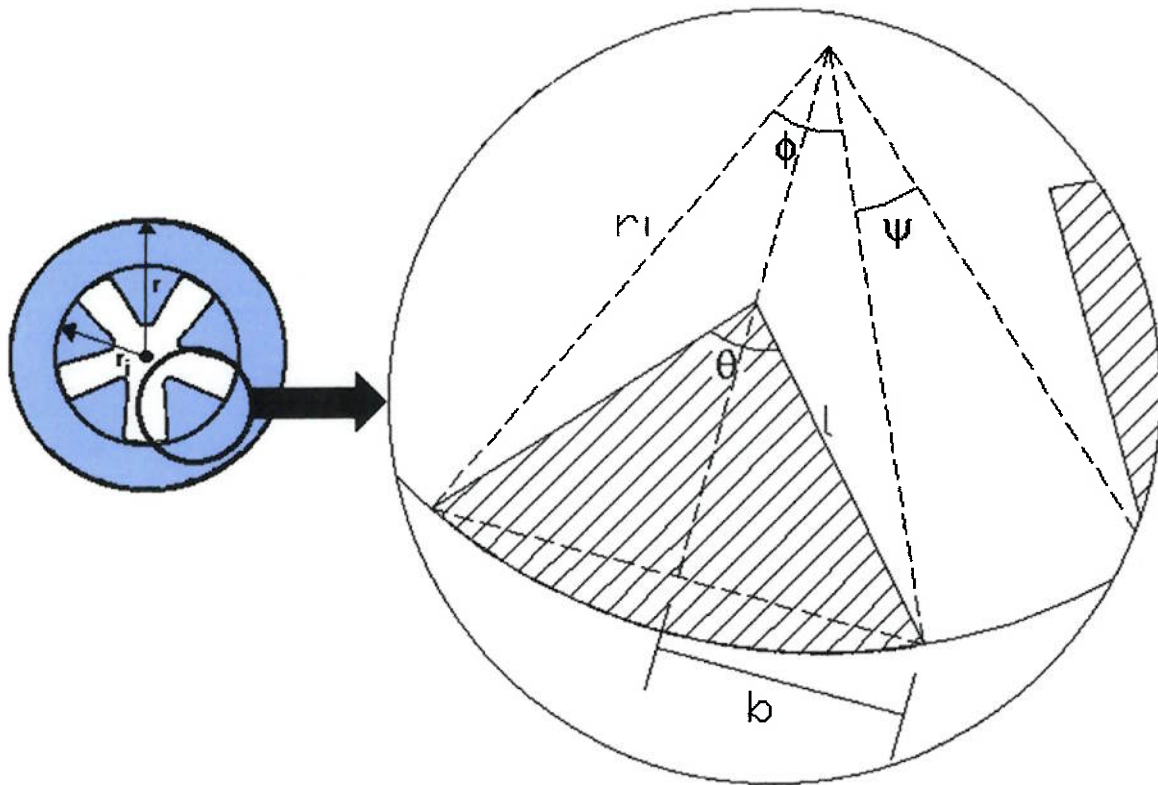


Figura 9 - Desmembramento da ST do grão para facilitar o cálculo da área e definição das variáveis da análise

Como é desejado que o perímetro da estrela seja constante por todo o processo de combustão, por razões discutidas anteriormente, será considerado que o perímetro da estrela será igual ao da câmara de combustão (situação em que todo o propelente foi consumido). Assim tem-se:

$$Pe = Pc \Rightarrow 2\pi r = (2\pi - 5\phi)r_i + 10l \quad (6.2)$$

Admitindo a relação $\frac{l}{r_i} = \frac{3}{4}$ tem-se que :

$$b = b \Rightarrow \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)r_i = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)l \Rightarrow \frac{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{l}{r_i} = \frac{3}{4} \quad (6.3)$$

Admitindo agora a relação entre o ângulo $\frac{\phi}{\psi} = 2,5$ pode ser calculado o ângulo ϕ

fazendo a seguinte relação:

$$2\pi = 5\phi + 5\psi = 5\phi + \frac{5}{2,5}\phi \Rightarrow \phi = 0,286\pi \text{ rad, ou } 51,4^\circ$$

Voltando à equação (6.3) é possível determinar o ângulo θ da seguinte forma:

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\frac{3}{4}} = \frac{\sin\left(\frac{0,286\pi}{2}\right)}{\frac{3}{4}} = 1,04 \Rightarrow \theta = 70,7^\circ = 0,39\pi \text{ rad}$$

Tendo os valores dos ângulos, é possível calcular o valor da relação $\frac{r}{r_i}$ a partir da equação (6.2):

$$2\pi r = (2\pi - 5\phi)r_i + 10l = (2\pi - 5 \cdot 0,286\pi)r_i + 10 \cdot \frac{3}{4}r_i = 1,48r_i \Rightarrow \frac{r}{r_i} = 1,48$$

Com os resultados dos cálculos acima é possível obter a área da ST do grão em função do raio da câmara de combustão considerando a seguinte equação:

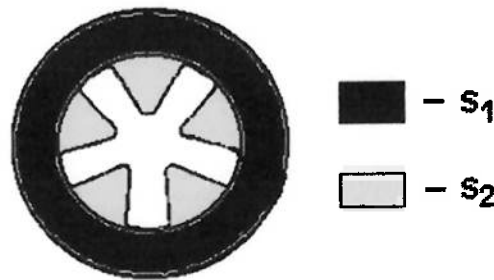


Figura 10 - Definição das divisões da geometria para o cálculo da área total

$$S_1 = \pi(r^2 - r_i^2) = \pi \left[r^2 - \left(\frac{r^2}{1,48} \right) \right] = 1,71r^2$$

$$S_2 = 5 \left(\frac{\theta}{2} l^2 \right) = 5 \left[\frac{0,39\pi}{2} \left(\frac{3}{4} \frac{r}{1,48} \right)^2 \right] = 0,79r^2$$

$$A_{ST} = S_1 + S_2 = (1,71 + 0,79)r^2 = 2,5r^2$$

6.4 Pressão na câmara de combustão

Para o caso do grão com geometria estrela, o qual será desenvolvido neste trabalho, o histórico de pressões na câmara de combustão exibe alguns comportamentos distintos, apresentando fases transientes bem como fases de regime permanente. A combustão pode ser dividida em três partes, como mostra a figura seguinte.

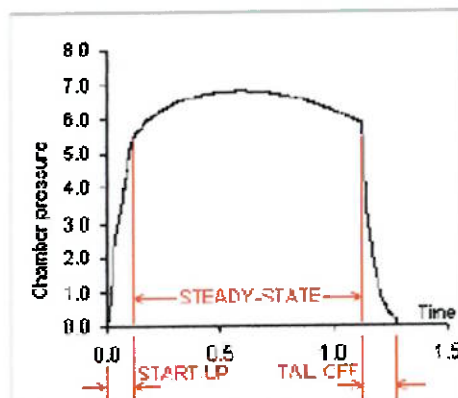


Figura 11 - Pressão na câmara de combustão x Tempo

As fases transientes são onde a pressão varia substancialmente com o tempo, descritas na figura acima como *start-up* e *tail-off*, que se são, respectivamente, quando ocorre a ignição (a pressão sobe até o nível de operação da câmara) e quando o grão está praticamente todo consumido (onde a pressão começa a cair rapidamente ao nível atmosférico).

A pressão de operação da câmara de combustão pode ser aproximada por uma reta horizontal, ou seja, é admitida a hipótese da pressão ser constante. Esse fato caracteriza um regime permanente (*steady-state*) entre a massa que sai pelo bocal e a massa de gases gerada pela combustão

6.4. Escoamento compressível no bocal

Neste item serão analisadas as condições do escoamento compressível no bocal do foguete, tendo como objetivo a obtenção de um resultado prático, desta forma serão postuladas as hipóteses consideradas no escoamento e serão dadas as equações que regem os fenômenos que ocorrem no bocal, seguindo os desenvolvimentos teóricos presentes nas bibliografias [3] e [6].

6.4.1. Hipóteses consideradas

Conforme sugerido na referência bibliográfica [3] será admitida a hipótese de foguetes ideais, dessa forma o erro de performance do modelo em relação ao do produto final chega a ser da ordem de 10%. Esta hipótese implica em admitir um escoamento unidimensional, além das hipóteses descritas abaixo.

- i. O produto da combustão é homogêneo e não varia em fase nem em composição durante a passagem pelo bocal;
- ii. O produto da combustão é considerado gás perfeito;
- iii. Não há atrito;
- iv. O sistema é adiabático
- v. Regime permanente no escoamento através do bocal (justificada no item anterior);
- vi. Perfil de velocidades uniforme do escoamento em qualquer seção normal ao escoamento
- vii. É estabelecido o equilíbrio químico ao longo da câmara propulsora, sendo invariante no bocal.

Como a temperatura na combustão é da ordem de 2500K os gases estarão em acima dos respectivos pontos de saturação, o que permite a admitir a hipótese de gás perfeito.

Postulando ausência de atrito e regime permanente sem transferência de calor para a parede é possível considerar o uso das relações isentrópicas no bocal do foguete. Desta forma é assumida a máxima conversão de energia térmica em energia cinética. As

perdas por atrito nas paredes do bocal são difíceis de determinar experimentalmente, mas é relativamente pequena.

As perdas de energia por transferência de calor nas paredes representam normalmente cerca de 2% da energia total e podem ser desconsideradas.

Apesar de existir flutuação na vazão mássica através do bocal ela tem pequena magnitude e pode ser desconsiderada.

6.4.2. Empuxo

Será considerado o seguinte volume de controle:

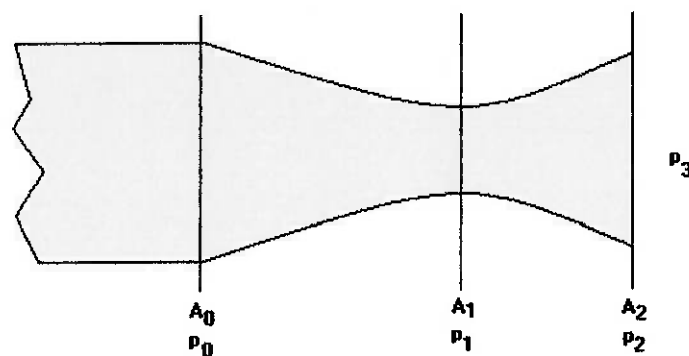


Figura 12 - Volume de controle no bocal

A equação que descreve o empuxo obtido pelo bocal é dada por:

$$E = \dot{m}V_2 + (p_2 - p_3)A_2$$

O termo referente à diferença de pressões pode ser considerado muito pequeno em relação ao da vazão mássica multiplicando a velocidade de saída do bocal, desta forma o empuxo pode ser considerado da seguinte forma:

$$E = \dot{m}V_2 \quad (6.4)$$

com

$$\dot{m}V_2 \gg (p_2 - p_3)A_2.$$

6.4.3. Demais relações referentes ao escoamento compressível

É considerado que na câmara de combustão estão as condições de estagnação do escoamento, pois a velocidade é praticamente nula. Lembrando ainda que a pressão na saída do bocal, P_2 , é considerada como igual à pressão atmosférica, P_3 .

As relações a seguir foram extraídas da referência bibliográfica [6].

i. Velocidade característica

$$C^* = \sqrt{\frac{R T_0}{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}} \quad (6.5)$$

ii. Relação das áreas da garganta e da saída do bocal:

$$\frac{A_2}{A^*} = \frac{1}{\left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_3}{P_0} \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\left(\frac{k+1}{k-1} \right) \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}} \quad (6.6)$$

iii. Número de Mach na saída do bocal:

$$M_2 = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[\left(\frac{P_0}{P_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]} \quad (6.7)$$

iv. Fluxo de massa

$$\dot{m} = P_0 A^* \sqrt{\frac{k}{R T_0}} \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (6.8)$$

v. Temperatura na garganta do bocal

$$T_1 = T^* = \frac{T_0}{1 + \frac{k-1}{2}} \quad (6.9)$$

vi. Temperatura na saída do bocal

$$T_2 = T_3 = \frac{T_0}{1 + \frac{k-1}{2} M_2^2} \quad (6.10)$$

vii. Empuxo gerado pelo bocal

$$E = A^* P_0 \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (6.11)$$

viii. Velocidade dos gases na seção 2 do bocal

$$V_2 = \sqrt{2 T_0 R \left(\frac{k}{k-1} \right) \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (6.12)$$

ix. Impulso específico

$$I_s = \frac{1}{g} \sqrt{2T_0 R \left(\frac{k}{k-1} \right) \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} = \frac{V_2}{g} \quad (6.13)$$

x. Velocidade do foguete ao final da combustão do propelente

$$V = V_3 \cdot \ln \left[\frac{M}{M - m_p} \right] - g \cdot t_b \quad (6.14)$$

6.5. Metodologia para a determinação dos parâmetros do motor

Após uma análise minuciosa de todos os parâmetros que poderiam influenciar na dinâmica da combustão do foguete foi definida uma metodologia onde um número mínimo de parâmetros foi assumido como dados de entrada para a análise.

Como dados de entrada foram selecionados:

i. Dados relativos ao propelente:

- T_c [K] – Temperatura no interior da câmara de combustão, que pode ser considerada a temperatura adiabática de chama do propelente utilizado;
- k – constante termodinâmica que representa a relação entre o c_p e o c_v dos produtos de combustão do propelente utilizado;
- Q [kg/m³] – Densidade do propelente;
- MW [kg/kmol] – peso molecular do propelente;
- b e n – constantes de combustão do propelente.

ii. Dados relativos à geometria da câmara de combustão e do grão:

- D [in] – Diâmetro da câmara de combustão;
- L/D – Relação entre o diâmetro e o comprimento da câmara de combustão;
- S [m²] – Área da superfície de queima inicial do propelente (que pelas hipóteses assumidas acima permanece constante durante todo o processo. É calculado a partir do diâmetro da câmara de combustão);
- Kn – Relação de Klemmungs, que é S/A^* ;
- x/d – espessura do grão de propelente em função do diâmetro da câmara de combustão, obtido da seguinte forma:

$$x = r - r_i = r - \frac{r}{1,48} = 0,32r \Rightarrow \frac{x}{r} = 0,32$$

iii. Outros dados:

- P_3 [Pa] – Pressão atmosférica;

Definidos esses parâmetros foi implementada uma rotina, programada em uma planilha eletrônica, que permite calcular os parâmetros de desempenho do foguete, dados os parâmetros citados acima.

P_c , A^* , M_2 , r , c^* (velocidade crítica), A_2 e $\dot{m}$ deverão ser determinados para o cálculo dos resultados. Para determinar a maioria desses parâmetros P_c será necessário. Dessa forma é assumida uma estimativa inicial de um valor para P_c e feitos os cálculos de r , A_2/A^* e ρ .

Utilizando Kn e S , definidos como dados de entrada, é possível calcular o valor de A^* . Daí é calculado A_2 utilizando o valor encontrado de A^* e a relação A_2/A^* , calculada anteriormente.

Com os parâmetros calculados até aqui pode ser calculada a vazão mássica, referente às condições do escoamento compressível no bocal, utilizando a equação (6.8). Também é calculada a vazão mássica relativa à combustão do propelente, definida como:

$$\dot{m}_{comb} = Q \cdot S \cdot r \quad (6.15)$$

Neste ponto é feita a comparação entre os dois valores de vazão mássica, se tiverem valores diferentes é calculada uma nova pressão da seguinte forma:

$$P_c' = Kn \cdot Q \cdot c^* \cdot r \quad (6.16)$$

A partir daí toda a rotina é executada novamente, utilizando a pressão da câmara calculada na equação anterior, e repetida até que as vazões mássicas assumam valores iguais, definindo assim a pressão de operação da câmara.

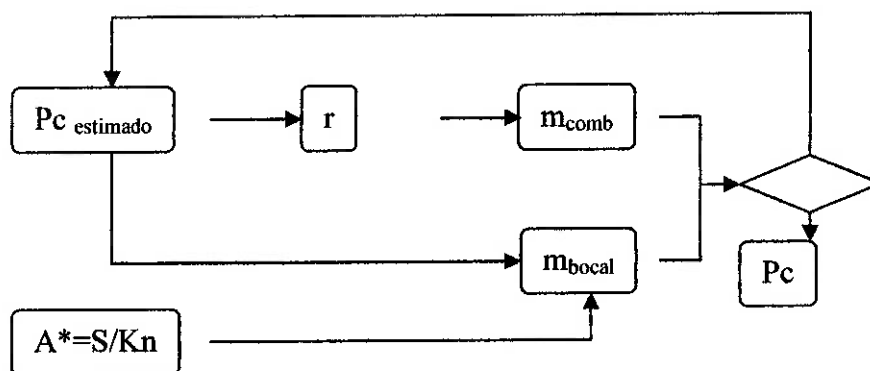


Figura 13 - Fluxograma simplificado do método para encontrar P_c .

6.5.1. Resultados

Com o valor de P_c convergido é possível calcular os parâmetros de desempenho do foguete relativos à dinâmica do motor-foguete. A Figura 14 mostra a planilha feita em Microsoft Excel com os respectivos dados de entrada, no quadro superior esquerdo, as iterações do valor de P_c , quadro superior direito, e os resultados relativos ao motor-foguete, na primeira linha do quadro *Resultados da análise*.

Prop. Termodinâmicas			Estimativa inicial =>									
Tc (K)	1710		Po (Pa)	r (m/s)	A2/A*	ro	A*	A2	m bocal	m prop	p'	
k	1.13		2.69E+06	5.78E-03	1.54E+00	1.49E+03	1.50E-04	2.31E-04	8.225E-02	4.430E-01	2.69E+06	
Q (kg/m³)	1890		3.54E+06	9.15E-03	6.15E+00	1.05E+04	1.50E-04	9.24E-04	5.816E-01	7.014E-01	3.54E+06	
MW (peso mol.)	42.39		4.26E+06	1.04E-02	7.12E+00	1.27E+04	1.50E-04	1.07E-03	7.014E-01	7.979E-01	4.26E+06	
R (K/kgK)	196.14		4.85E+06	1.14E-02	7.87E+00	1.45E+04	1.50E-04	1.18E-03	7.979E-01	8.718E-01	4.85E+06	
c*	912.64		5.30E+06	1.21E-02	8.44E+00	1.58E+04	1.50E-04	1.27E-03	8.718E-01	9.267E-01	5.30E+06	
Prop. Construtiva Câm.			5.63E+06	1.26E-02	8.85E+00	1.68E+04	1.50E-04	1.33E-03	9.267E-01	9.664E-01	5.63E+06	
Diam (")	2.00		5.87E+06	1.30E-02	9.15E+00	1.75E+04	1.50E-04	1.37E-03	9.664E-01	9.947E-01	5.87E+06	
L/D	5.00		6.05E+06	1.32E-02	9.36E+00	1.80E+04	1.50E-04	1.41E-03	9.947E-01	1.010E+00	6.05E+06	
S (m²)	0.04		6.14E+06	1.31E-02	9.47E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.010E+00	1.007E+00	6.14E+06	
P3 (Pa)	1.00E+05		6.12E+06	1.32E-02	9.45E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.007E+00	1.008E+00	6.12E+06	
Kn	270		6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
x/r	0.32		6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
P			6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
0,103 a 0,779	8.88	0.619	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
0,779 a 2,57	7.56	-0.009	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
2,57 a 5,93	3.84	0.688	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
5,93 a 11,2	17.2	-0.148	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
	4.78	0.442	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	

Resultados da análise									
M2	E (N)	V2 (m/s)	Is (N)	x (m)	tq (s)	mp (kg)	I tot	T* (K)	T2 (K)
3.1	1494.3	1482.9	151.2	1.6E-02	1.2	0.87	1047	1696	1065
m. inicial	mp/m.inic.	Area(m2)	L(mm)	D(mm)					
4.6	0.19	0.0020276	500	50.8					

Entradas						
m.útil (kg)	L/D fog.	angulo	Cd	Cl	dens.Ar	h
3.8	10.0	90.0	0.15	0.00	1.1	0.010

1 - Submeter

Figura 14 - Janela da planilha com os dados de entradas e resultados

Como resultados do motor-foguete, serão definidos:

- M_2 – Número de Mach na seção 2 do bocal, calculado utilizando a equação (6.5);
- E – Empuxo gerado pelo bocal, calculado pela equação (6.11);
- V_2 – Velocidade do gás na saída do bocal, calculado pela equação (6.12);
- I_s – Impulso específico gerado pelo foguete, calculado pela equação (6.13);
- x – espessura do grão de propelente, calculado da seguinte forma:

$$x = \frac{x}{r} \cdot r = 0,32r \quad (6.17)$$

- vi. tq – tempo de queima do grão de propelente, calculado multiplicando x pela taxa de erosão r ;
- vii. mp – massa de propelente inicial na câmara de combustão, calculada multiplicando a área da seção transversal do grão, A_{ST} , pelo comprimento da câmara, L , e a densidade do propelente Q .
- viii. I_{tot} – Impulso total, calculado multiplicando o empuxo, E , pelo tempo de queima, tq .
- ix. T^* - Temperatura na garganta do bocal, calculada utilizando a equação (6.9);
- x. T_2 - Temperatura na saída do bocal, calculada utilizando a equação (6.10);

7. ESTUDO DINÂMICO DO FOGUETE

7.1. Introdução

7.2. Uma Primeira Aproximação

7.2.1. Hipóteses

- Densidade do ar constante;
- Massa do foguete constante;
- Coeficientes de arrasto e sustentação constantes;
- Empuxo constante no tempo;
- Aceleração da gravidade constante;
- Direção de vôo coincidente com direção de empuxo;
- Inclinação do foguete em relação ao solo constante em 90° (abordagem unidimensional).

7.2.2. Modelagem

Para essa aproximação, será considerado apenas o caso de lançamento a 90 graus, considerando este ângulo constante durante a sua trajetória.

Para que se encontre a resultante das forças que agem sobre o foguete, basta substituir da força de empuxo o peso do foguete (neste caso constante), e o arrasto aerodinâmico (função da velocidade).

Este modelo foi aplicado à uma planilha do Microsoft Excel, sendo a trajetória discretizada e a velocidade interpolada linearmente entre os pontos.

A massa utilizada na modelagem é a média aritmética entre a massa final e inicial do foguete.

7.2.3. Exemplo de Aplicação

- Entradas:

<i>Coeficiente de Arrasto</i>		0,15
<i>Massa Média do Foguete</i>	(kg)	14
<i>Diâmetro do Corpo</i>	(m)	0,1
<i>Empuxo</i>	(N)	600
<i>Tempo de Propulsão</i>	(s)	10

- Saídas:

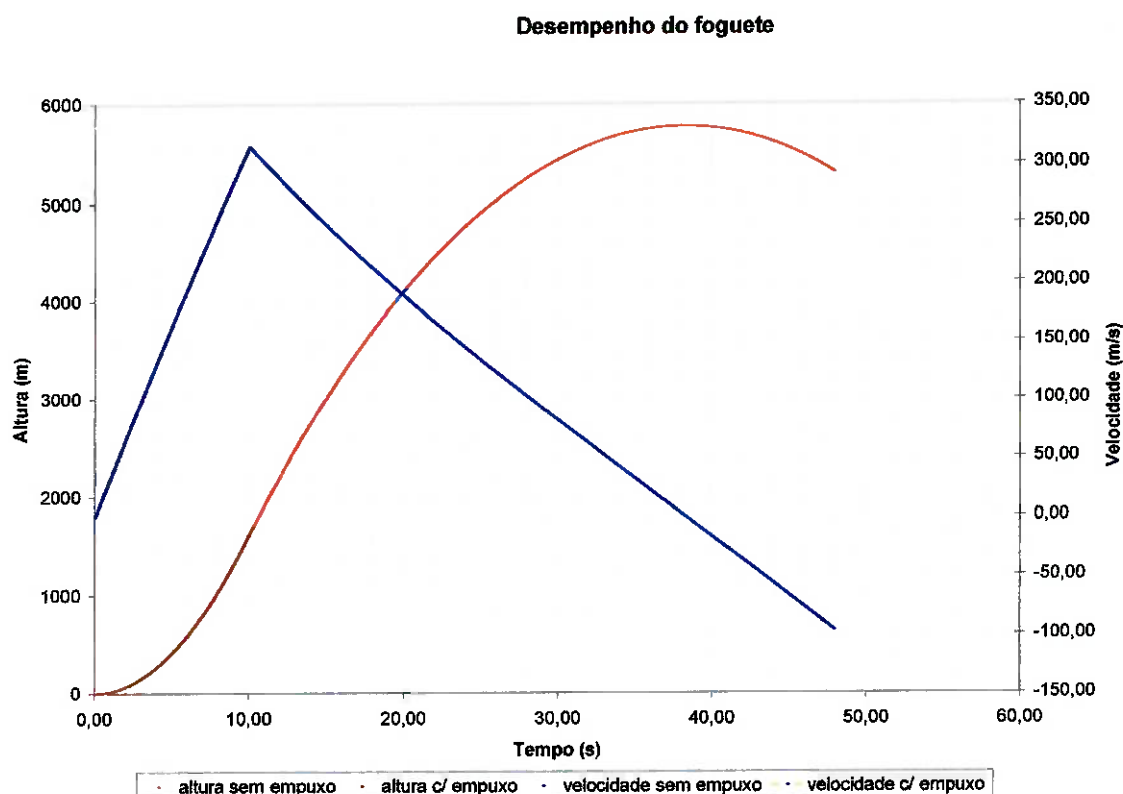


Figura 15 - Desempenho do foguete

- Comentários:

Por essa modelagem ser anterior à modelagem da câmara de combustão e bocal, os valores de empuxo e tempo de queima, fornecidos como entrada, são baseados na força peso do projétil e alguns gráficos encontrados na referência [3] respectivamente.

Ao utilizarmos uma massa de 4 kg de propelente conseguiríamos um impulso específico de 150 s, o que seria coerente com dados encontrados na literatura.

No ensaio, o projétil atinge uma altura próxima aos 5800 m e uma velocidade próxima aos 340m/s.

7.3. Uma modelagem mais Sofisticada

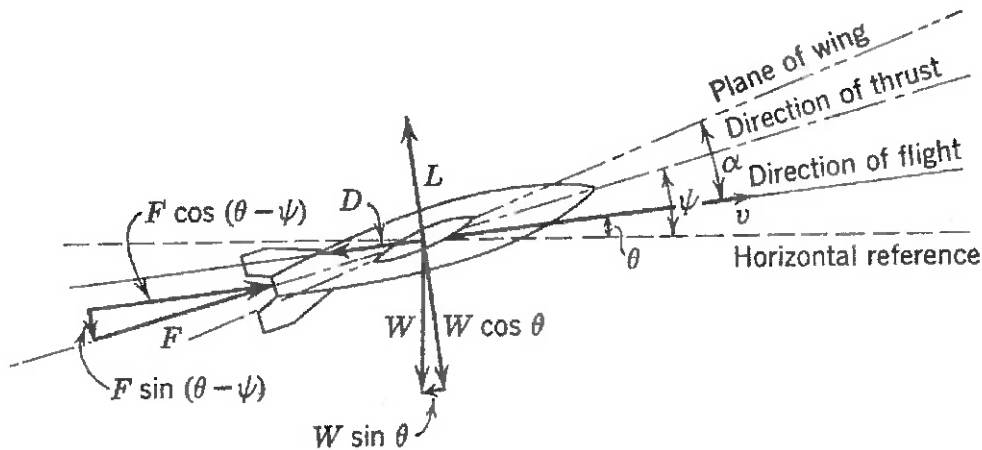


Figura 16 - Diagrama de corpo livre do foguete

7.3.1. Hipóteses

- Densidade do ar constante;
- Coeficientes de arrasto e sustentação constantes;
- Empuxo constante no tempo;
- Aceleração da gravidade constante;
- Direção de voo coincidente com direção de empuxo;

7.3.2. Modelagem

As seguintes equações descrevem o movimento:

$$\frac{1}{g} \frac{dv}{dt} = \left[\frac{I_s \frac{\xi}{t_p} \cos(\theta - \Psi) - C_D \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{A g_0}{W_0 g}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} - \sin \theta \right] \quad (7.1)$$

$$\frac{v}{g} \frac{d\theta}{dt} = \left[\frac{I_s \frac{\xi}{t_p} \sin(\theta - \Psi) + C_L \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{A g_0}{W_0 g}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} - \cos \theta \right] \quad (7.2)$$

A partir das hipóteses formuladas, a seguinte simplificação pode ser feita.

$$\frac{1}{g} \frac{dv}{dt} = \left[\frac{I_s \frac{\xi}{t_p} - C_D \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{A}{W_0}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} - \sin \theta \right] \quad (7.3)$$

$$\frac{v}{g} \frac{d\theta}{dt} = \left[\frac{C_L \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{A}{W_0}}{1 - \xi} - \cos \theta \right] \quad (7.4)$$

7.3.3. Constantes utilizadas na modelagem

- Aceleração da gravidade local g

No caso em estudo, por se tratar de missões cuja altitude é muito pequena comparado ao raio da terra, a aceleração da gravidade utilizada será considerada constante em $9,81 \text{ m/s}^2$.

- Força peso inicial W_0

Trata-se da força peso no momento de lançamento, obtido somando-se a massa de propelente com a carga útil, multiplicando-os por g e por um fator K.

Este fator K tem a finalidade de representar o acréscimo de massa da estrutura do foguete. Este fator, no nosso caso foi arbitrado em 1,3.

- Relação de massas ξ

Esta é a relação entre massa do propelente e massa de lançamento.

Esse fator é um parâmetro muito importante para a definição da velocidade máxima do projétil, podendo ser expresso da seguinte forma:

$$\xi = \frac{m_p}{m_0} = \frac{W_0 - W_e}{W_0}$$

O gráfico a seguir mostra o comportamento de um determinado tipo de foguete com vários valores para ξ .

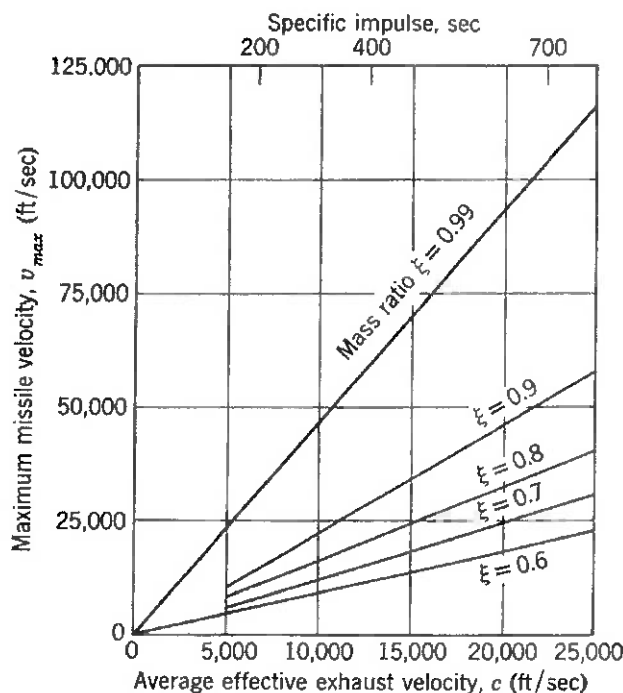


Figura 17 - Velocidade máxima do foguete em função da velocidade dos gases de saída e relação de massas

- Impulso Específico I_s

Esta grandeza tem uma relação direta com o propelente escolhido.

Para obtê-lo, basta dividir a força de empuxo obtida na modelagem da câmara de combustão e bocal pela derivada do peso do foguete no tempo.

Foi considerada uma variação linear do peso do foguete no tempo, sendo calculada por $\dot{w} = m_p g / t_p$, onde m_p é a massa de propelente utilizada e t_p é o tempo de propulsão.

A equação que fornece o impulso específico pode ser escrita a seguinte maneira:

$$I_s = \frac{F}{\dot{w}}$$

- Tempo de propulsão t_p

O valor do tempo de propulsão, também denominado tempo de queima, é uma das saídas do modelo de câmara de combustão utilizado. Trata-se do tempo necessário para que todo o propelente contido na câmara seja consumido.

- Área A

A área utilizada no modelo corresponde à seção transversal do foguete. Este valor é obtido baseando-se no diâmetro interno da câmara de combustão, sendo acrescido a este valor 10 mm correspondentes à parede da câmara.

A área nos é útil no cálculo das forças de arrasto e sustentação.

Para o caso de sustentação, pelo fato da área de referência ser outra, deve-se fazer um novo cálculo, onde.

$$C_L \cdot A = C_{L,real} \cdot A_{real}$$

- Velocidade v

Esta velocidade corresponde à projeção da velocidade ao no eixo do foguete.

Neste caso, como foi imposto que a direção de voo coincide com o eixo longitudinal do projétil, a velocidade v pode ser considerada a velocidade absoluta deste.

- Ângulo θ

Este ângulo é medido entre o eixo longitudinal, de axissimetria, do foguete e o plano do solo.

- Densidade do ar ρ

Será fornecido um valor correspondente à densidade média do ar no percurso.

- Coeficientes C_D e C_L

O valor utilizado para coeficiente de arrasto é 0,15. Um número muito freqüente nas referências pesquisadas.

Quanto ao coeficiente de sustentação, notamos que um foguete com trajetória balística necessita de um coeficiente de sustentação bastante pequeno, pelo fato de estar sob alta velocidade. Além disso, o uso de uma sustentação muito alta provocaria instabilidade e reduziria a precisão da modelagem.

Assim, com esse coeficiente em mãos, não é muito difícil encontrar um perfil de asa que o reproduza.

7.3.4. Implementação

A partir da modelagem anterior, foi desenvolvido um programa em linguagem C onde, através da implementação do método de integração de *Runge-Kutta*, pode-se chegar a resultados os quais nos permitem analisar o desempenho dinâmico do projétil.

Para isso, uma outra entrada do programa (o parâmetro de integração “h”) deve ser fornecido juntamente com as condições iniciais do foguete.

Como saída do programa, temos um arquivo chamado “desempenho.txt” o qual fornece os valores de teto máximo e alcance máximo da trajetória desenvolvida.

Outra saída é um arquivo denominado “saída.dat”, o qual contém uma grande quantidade de valores referentes às discretizações do tempo, da velocidade do projétil, do ângulo que este forma com a horizontal, da posição “x” (distância horizontal do ponto de lançamento) e da posição “y” (altura em relação ao plano de lançamento).

Este último arquivo é lido através do software *Scilab*, devido ao fato do Microsoft Excel acusar problemas de alocação de memória ao tentar ler essa grande quantidade de pontos.

Através do *Scilab*, podem ser gerados gráficos a partir dos quais análises poderão ser feitas e podem ser tiradas conclusões.

8. FLUXO DE INFORMAÇÕES

A modelagem completa do foguete passa pelas seguintes etapas descritas no fluxograma a seguir.

Error!

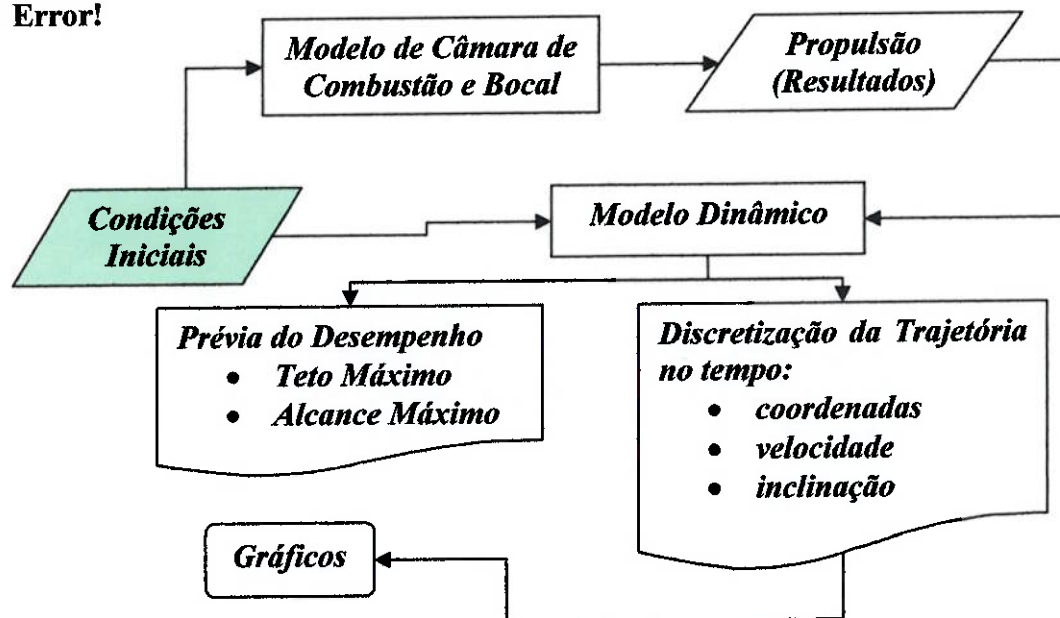


Figura 18 - Fluxo de informações

9. RESULTADOS

9.1. Foguete Anti-granizo



Figura 19 - Lançamento de um foguete anti-granizo

9.1.1. Particularidades

Sua finalidade é lançar uma carga de cerca de 1 kg de Iodeto de Prata sobre as nuvens, a fim de que se evite a precipitação de chuva de granizo. Geralmente, estas nuvens estão localizadas a uma altitude superior a 4000 m.

Consideramos 6000 m uma altitude segura para o lançamento dessa substância, a fim de que se espalhe com um raio de alcance satisfatório.

O uso de equipamentos para recuperação do corpo e detonação da carga justifica o fato de utilizarmos 3 kg com carga útil.

Foi experimentado um diâmetro de 2", sendo necessária uma análise na densidade da carga útil a fim de que se verifique se esta consegue ocupar o volume disponível.

9.1.2. Resultados

Tabela 6 - Parâmetros de entrada e alguns resultados para foguete anti-granizo

Prop. Termodinâmicas			Estimativa inicial =>									
Tc (K)	7770		5.00E+05	5.78E-03	1.54E+00	1.49E+03	1.50E-04	2.31E-04	8.225E-02	4.430E-01	2.69E+06	
k	1.13		2.69E+06	7.59E-03	5.00E+00	8.03E+03	1.50E-04	7.50E-04	4.430E-01	5.816E-01	3.54E+06	
Q (kg/m³)	1890		3.54E+06	9.15E-03	6.15E+00	1.05E+04	1.50E-04	9.24E-04	5.816E-01	7.014E-01	4.26E+06	
MW (g/mol)	42.39		4.26E+06	1.04E-02	7.12E+00	1.27E+04	1.50E-04	1.07E-03	7.014E-01	7.979E-01	4.85E+06	
R (K/kgK)	196.14		4.85E+06	1.14E-02	7.87E+00	1.45E+04	1.50E-04	1.18E-03	7.979E-01	8.718E-01	5.30E+06	
c _p	912.64		5.30E+06	1.21E-02	8.44E+00	1.58E+04	1.50E-04	1.27E-03	8.718E-01	9.267E-01	5.63E+06	
Prop. Construtiva Câmara												
Diam (")	2.00		5.63E+06	1.26E-02	8.85E+00	1.68E+04	1.50E-04	1.33E-03	9.267E-01	9.664E-01	5.87E+06	
L/D	5.00		5.87E+06	1.30E-02	9.15E+00	1.75E+04	1.50E-04	1.37E-03	9.664E-01	9.947E-01	6.05E+06	
S (m²)	0.04		6.05E+06	1.32E-02	9.36E+00	1.80E+04	1.50E-04	1.41E-03	9.947E-01	1.010E+00	6.14E+06	
P3 (Pa)	1.00E+05		6.14E+06	1.31E-02	9.47E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.010E+00	1.007E+00	6.12E+06	
Kn	270		6.12E+06	1.32E-02	9.45E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.007E+00	1.008E+00	6.13E+06	
x/r	0.32		6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
p	h	n	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
0,103 a 0,779	8.88	0.619	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
0,779 a 2,57	7.56	-0.009	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
2,57 a 5,93	3.84	0.888	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
5,93 a 8,50	17.2	-0.148	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	
8,50 a 11,2	4.78	0.442	6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.50E-04	1.42E-03	1.008E+00	1.008E+00	6.13E+06	

Resultados da análise									
M2	E (N)	V2 (m/s)	Is (s)	x (m)	tq (s)	mp (kg)	I tot	T* (K)	T2 (K)
3.1	1494.3	1482.9	151.2	1.6E-02	1.2	0.87	1847	1606	1065

m. inicial	mp/m. inic.	Area(m²)	L(mm)	D(mm)
4.6	0.19	0.0020276	508	50.8

Entradas						
m.útil (kg)	L/D fog.	angulo	Cd	Cl	dens.Ar	h
3.8	10.0	80.0	0.15	0.00	1.1	0.010

1 - Submeter

Parâmetros do Foguete

Diâmetro da Câmara	2"	C _L	0
(L/D) _{CÂMARA}	5	Ângulo de Lançamento (graus)	80
Massa Útil (kg)	3	(L/D) _{FOGUETE}	10
C _D	0,15		

A prévia do desempenho fornecida pelo programa encontra-se a seguir. A partir desta, será discutida a necessidade de uma nova iteração, com base nos parâmetros definidos anteriormente como condições iniciais.

RESULTADOS OBTIDOS

Alcance Maximo = 6765.751725

Teto Maximo = 6441.121886

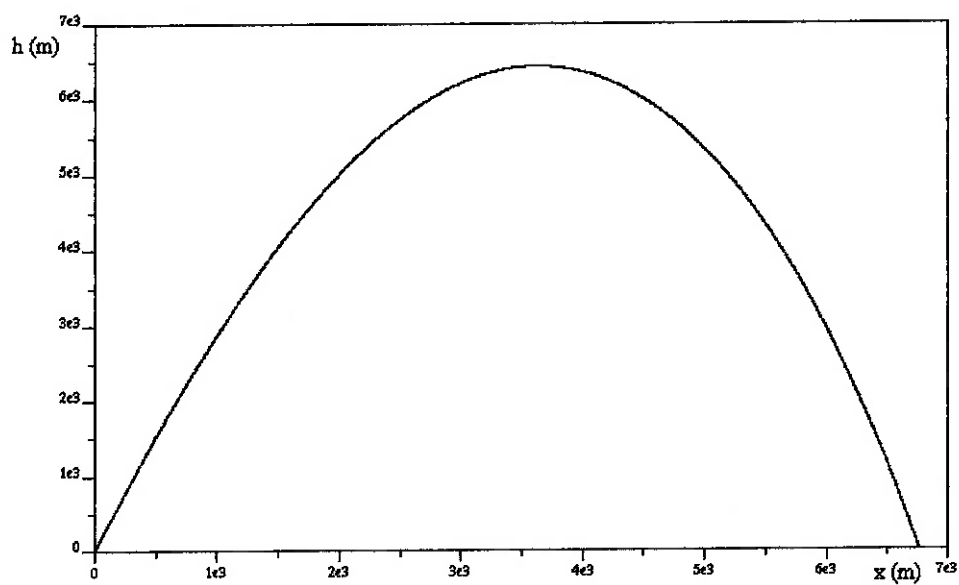


Figura 20 - Trajetória, $h(x)$, do caso 1

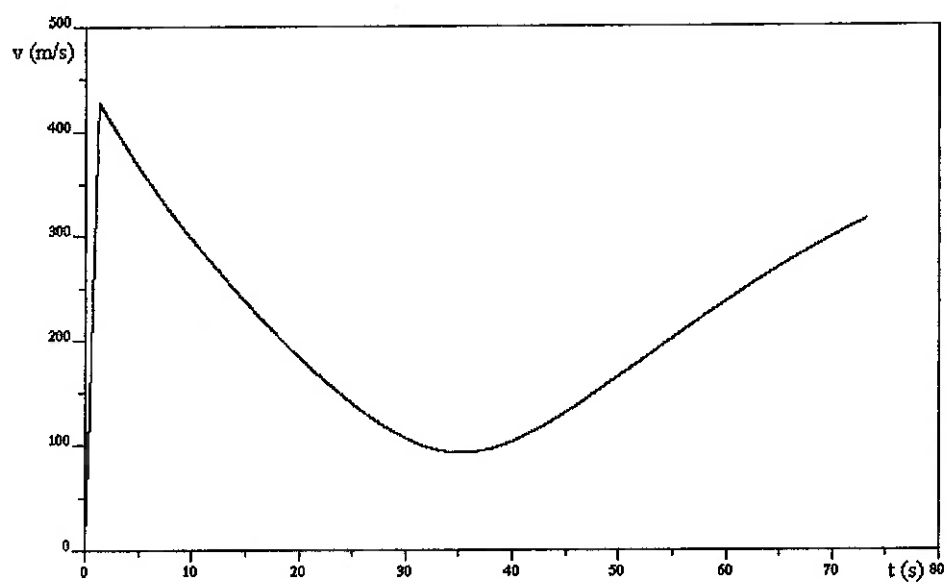


Figura 21 - Velocidade pelo tempo, $v(t)$, do caso 1

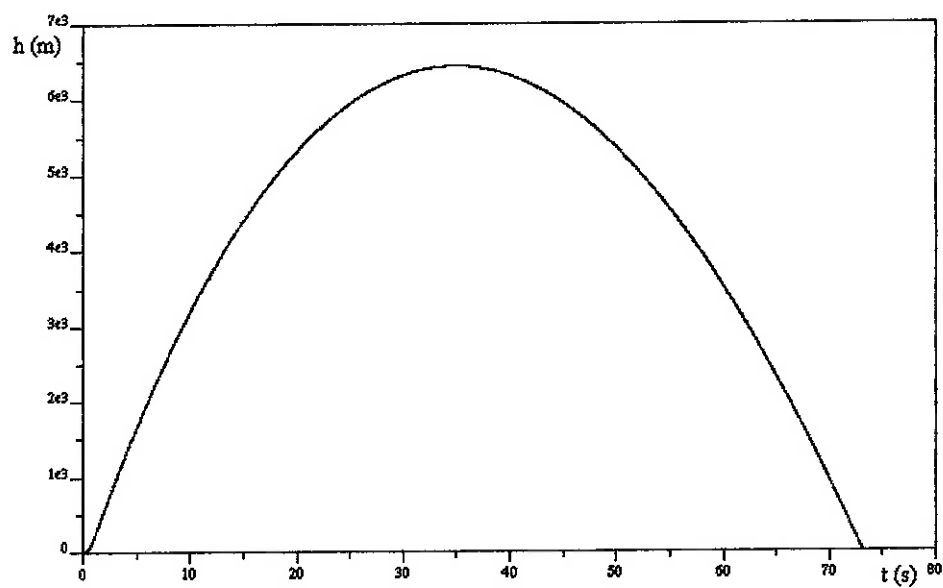


Figura 22 - Altura em função do tempo do caso 1

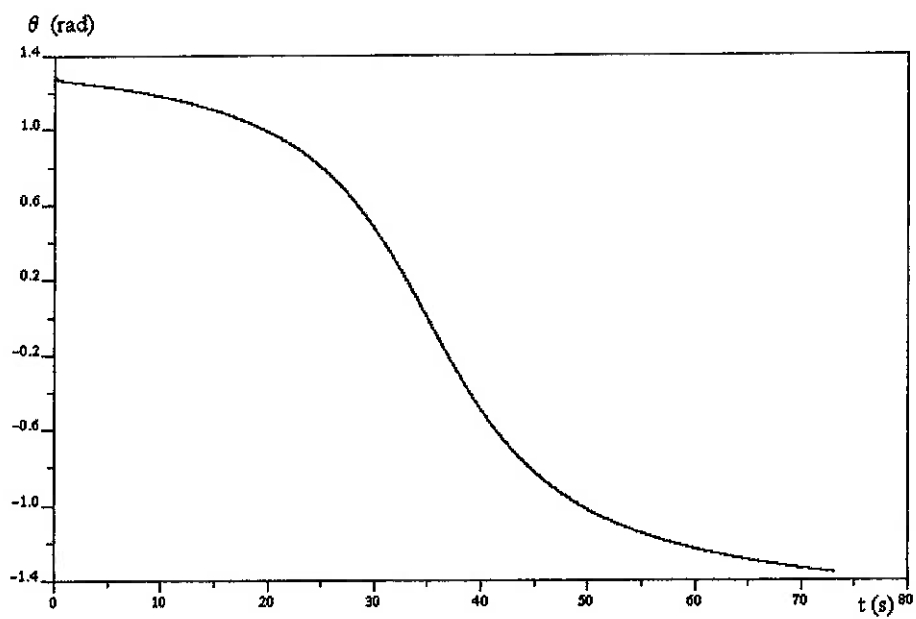


Figura 23 - Inclinação do corpo do foguete em função do tempo para o caso 1

9.2. Foguete Anti-Tanque



Figura 24 - Lançamento de um foguete anti-tanques

9.2.1. Particularidades

Este projétil deve apresentar uma trajetória o mais próximo possível de uma reta (alcance horizontal muito maior que o vertical) e atingir um alvo à uma distância curta (no máximo 2 km) e com velocidade suficiente para penetrá-lo.

Como o modelo utilizado não reproduz o efeito do tubo, o ângulo com relação ao plano do solo pode cair bruscamente nos primeiros metros da trajetória, tornando necessário um ângulo de lançamento maior. A partir deste momento, a queda do ângulo deve ser suave.

9.2.2. Resultados

Tabela 7 - Dados de entrada e alguns resultados para um foguete anti-tanque

Propr. Termodinâmicas

Tc (K)

1770

k

1.13

Q (kg/m³)

1890

MW (peso mol.)

42.39

R (K/kgK)

196.14

c*

912.64

Propr. Construtiva Câm.

Diam (")

1.50

L/D

4.00

S (m²)

0.02

P3 (Pa)

1.00E+05

Kn

270

x/r

0.32

P

b

n

0,103 a 0,779

8.88

0.619

0,779 a 2,57

7.66

-0.009

2,57 a 5,93

3.84

0.688

5,93 a 8,50

17.2

-0.148

8,50 a 11.2

4.78

0.442

Estimativa Inicial =>

Po (Pa)

r (m/s)

A2/A*

ro

A*

A2

m bocal

m prop

p*

5.00E+05

5.78E-03

1.54E+00

1.49E+03

6.76E-05

1.04E-04

3.701E-02

1.993E-01

2.69E+06

2.69E+06

7.59E-03

5.00E+00

8.03E+03

6.76E-05

3.38E-04

1.593E-01

2.617E-01

3.54E+06

3.54E+06

9.15E-03

6.15E+00

1.05E+04

6.76E-05

4.16E-04

2.617E-01

3.156E-01

4.26E+06

4.26E+06

1.04E-02

7.12E+00

1.27E+04

6.76E-05

4.81E-04

3.156E-01

3.590E-01

4.85E+06

4.85E+06

1.14E-02

7.87E+00

1.45E+04

6.76E-05

5.32E-04

3.590E-01

3.923E-01

5.30E+06

5.30E+06

1.21E-02

8.44E+00

1.58E+04

6.76E-05

5.70E-04

3.923E-01

4.170E-01

5.63E+06

5.63E+06

1.26E-02

8.85E+00

1.68E+04

6.76E-05

5.98E-04

4.170E-01

4.349E-01

5.87E+06

5.87E+06

1.30E-02

9.15E+00

1.75E+04

6.76E-05

6.18E-04

4.349E-01

4.476E-01

6.05E+06

6.05E+06

1.32E-02

9.36E+00

1.80E+04

6.76E-05

6.32E-04

4.476E-01

4.543E-01

6.14E+06

6.14E+06

1.31E-02

9.47E+00

1.83E+04

6.76E-05

6.40E-04

4.543E-01

4.533E-01

6.12E+06

6.12E+06

1.32E-02

9.45E+00

1.83E+04

6.76E-05

6.39E-04

4.533E-01

4.535E-01

6.13E+06

6.13E+06

1.32E-02

9.46E+00

1.83E+04

6.76E-05

6.39E-04

4.535E-01

4.535E-01

6.13E+06

6.13E+06

1.32E-02

9.46E+00

1.83E+04

6.76E-05

6.39E-04

4.535E-01

4.535E-01

6.13E+06

6.13E+06

1.32E-02

9.46E+00

1.83E+04

6.76E-05

6.39E-04

4.535E-01

4.535E-01

6.13E+06

6.13E+06

1.32E-02

9.46E+00

1.83E+04

6.76E-05

6.39E-04

4.535E-01

4.535E-01

6.13E+06

6.13E+06

1.32E-02

9.46E+00

1.83E+04

6.76E-05

6.39E-04

4.535E-01

4.535E-01

6.13E+06

6.13E+06

1.32E-02

9.46E+00

1.83E+04

6.76E-05

6.39E-04

4.535E-01

4.535E-01

6.13E+06

Resultados da análise

M2

E (N)

V2 (m/s)

Is (s)

x (m)

tq (s)

mp (kg)

I tot

3.1

672.5

1482.9

151.2

1.2E-02

0.9

0.29

623

m. inicial

mp/m.inic.

Area(m2)

L(mm)

D(mm)

2.8

0.11

0.0011407

305

38.1

Entradas

m.útil (kg)

L/D fog.

angulo

Cd

Cl

dens.Ar

h

2.0

8.0

40.0

0.15

0.00

1.1

0.010

1. Submeter

Parâmetros do Foguete

Diâmetro da Câmara	1 1/2"	C _L	0
(L/D) _{CÂMARA}	4	Ângulo de Lançamento (graus)	40
Massa Útil (kg)	2	(L/D) _{FOGUETE}	8
C _D	0,15		

A prévia do desempenho fornecida pelo programa encontra-se a seguir. A partir desta, será discutida a necessidade de uma nova iteração, com base nos parâmetros definidos anteriormente como condições iniciais.

RESULTADOS OBTIDOS

Alcance Maximo = 1596.663978

Teto Maximo = 59.273553

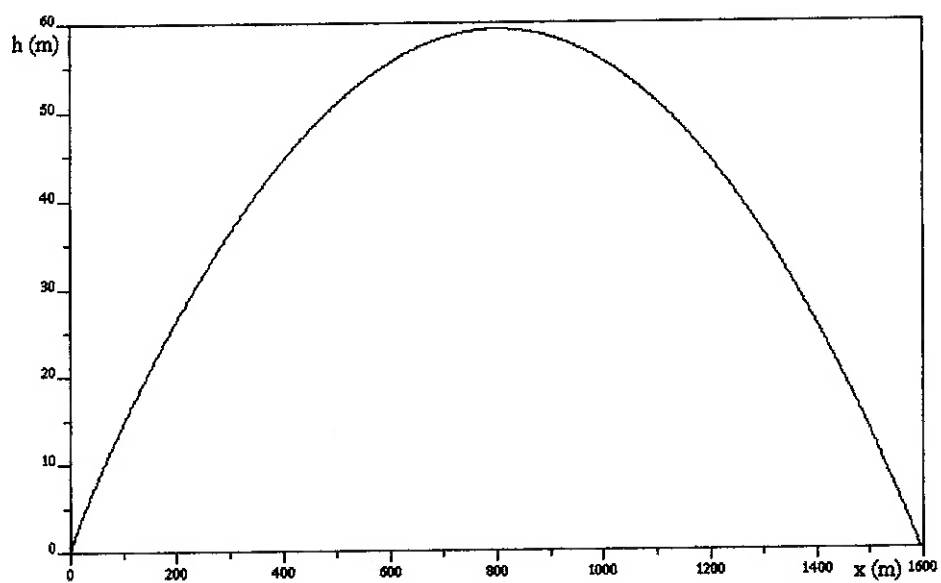


Figura 25 - Trajetória, $h(x)$, do caso 2

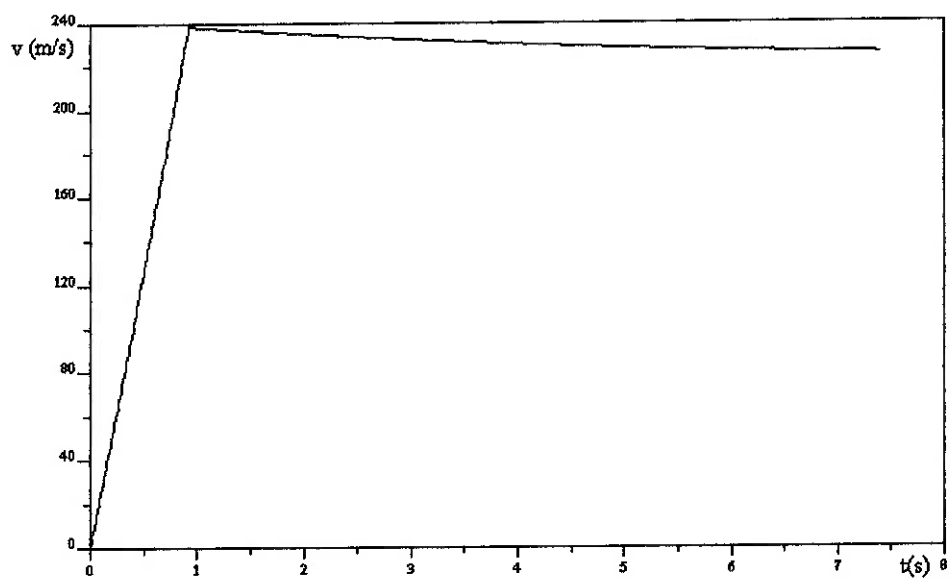


Figura 26 - Velocidade pelo tempo, $v(t)$, do caso 2

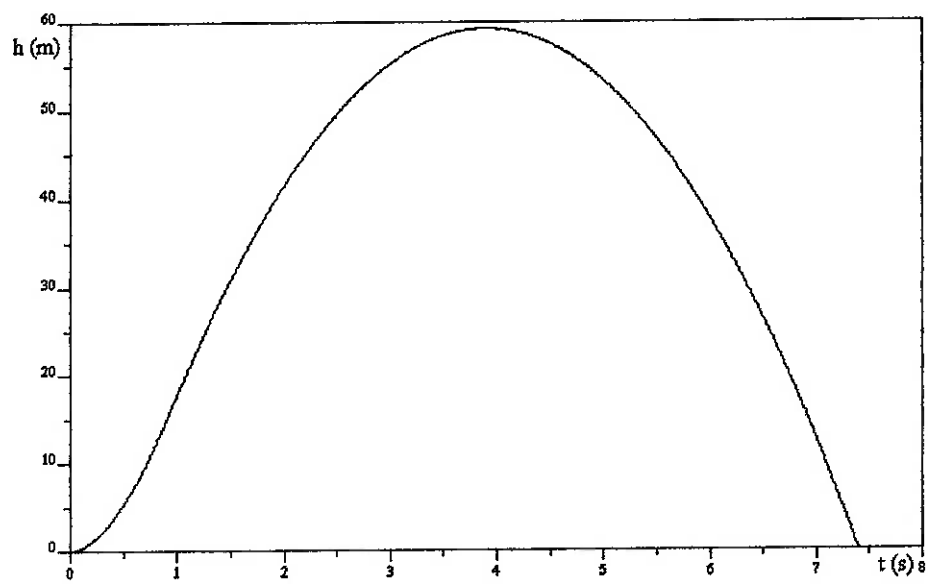


Figura 27 - Altura em função do tempo do caso 2

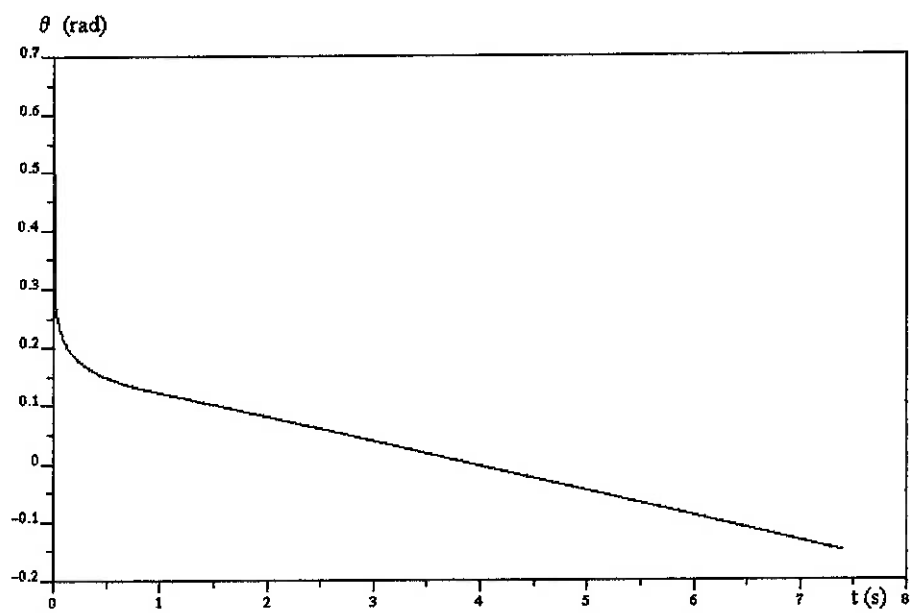


Figura 28 - Inclinação do corpo do foguete em função do tempo para o caso 2

9.3. Foguete de Saturação



Figura 29 - Caminhão carregado com foguetes de saturação

9.3.1. Particularidades

Este foguete tem como características atingir alvos à média distância (até 60 km). Para isso, seria interessante o uso de algum aerofólio que forneça uma força de sustentação, aumentando assim o raio de ataque.

O fato de não ter algum controle após o lançamento faz com que a precisão do ataque seja prejudicada. Dessa forma as missões destinadas a este foguete são restritas a deslocamentos de tropas, bases militares ou outros alvos que tenham um perímetro extenso. Para alvos individuais, como veículos ou pequenas edificações, sua eficiência não é satisfatória.

Tabela 8 - Dados de entrada e alguns resultados para um foguete de saturação

Propr. Termodinâmicas			Estimativa inicial ->									
Tc (K)	1710		Po (Pa)	5.00E+05	5.78E-03	1.54E+00	1.49E+03	1.08E-03	1.66E-03	5.922E-01	3.189E+00	2.69E+06
k	1.13			2.69E+06	7.59E-03	5.00E+00	8.03E+03	1.08E-03	5.40E-03	3.189E+00	4.187E+00	3.54E+06
Q (kg/m³)	1890			3.54E+06	9.15E-03	6.15E+00	1.05E+04	1.08E-03	6.65E-03	4.187E+00	5.050E+00	4.26E+06
MW (peso mol.)	42.39			4.26E+06	1.04E-02	7.12E+00	1.27E+04	1.08E-03	7.69E-03	5.050E+00	5.745E+00	4.05E+06
R (K/kgK)	196.14			4.85E+06	1.14E-02	7.87E+00	1.45E+04	1.08E-03	8.51E-03	5.745E+00	6.277E+00	5.30E+06
c*	912.64			5.30E+06	1.21E-02	8.44E+00	1.58E+04	1.08E-03	9.12E-03	6.277E+00	6.672E+00	5.63E+06
Propr. Construtiva Câm.				5.63E+06	1.26E-02	8.85E+00	1.68E+04	1.08E-03	9.57E-03	6.672E+00	6.958E+00	5.87E+06
Diam (")	8.00			5.87E+06	1.30E-02	9.15E+00	1.75E+04	1.08E-03	9.89E-03	6.958E+00	7.162E+00	6.05E+06
L/D	4.00			6.05E+06	1.32E-02	9.36E+00	1.80E+04	1.08E-03	1.01E-02	7.162E+00	7.270E+00	6.14E+06
S (m²)	0.29			6.14E+06	1.31E-02	9.47E+00	1.83E+04	1.08E-03	1.02E-02	7.270E+00	7.253E+00	6.12E+06
P3 (Pa)	1.00E+05			6.12E+06	1.32E-02	9.45E+00	1.83E+04	1.08E-03	1.02E-02	7.253E+00	7.256E+00	6.13E+06
Kn	270			6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.08E-03	1.02E-02	7.256E+00	7.256E+00	6.13E+06
x/r	0.32			6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.08E-03	1.02E-02	7.256E+00	7.256E+00	6.13E+06
P	b	n		6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.08E-03	1.02E-02	7.256E+00	7.256E+00	6.13E+06
0.103 a 0.779	8.88	0.619		6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.08E-03	1.02E-02	7.256E+00	7.256E+00	6.13E+06
0.779 a 2.57	7.66	-0.009		6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.08E-03	1.02E-02	7.256E+00	7.256E+00	6.13E+06
2.57 a 5.93	3.84	0.688		6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.08E-03	1.02E-02	7.256E+00	7.256E+00	6.13E+06
5.93 a 8.50	17.2	-0.148		6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.08E-03	1.02E-02	7.256E+00	7.256E+00	6.13E+06
8.50 a 11.2	4.78	0.442		6.13E+06	1.32E-02	9.46E+00	1.83E+04	1.08E-03	1.02E-02	7.256E+00	7.256E+00	6.13E+06

Resultados da análise							
M2	E (N)	V2 (m/s)	Is (s)	x (m)	tq (s)	mp (kg)	I tot
3.1	10759.2	1482.9	151.2	4.9E-02	3.7	18.86	39092
m. inicial		mp/m.inic.	Area(m²)	L(mm)	D(mm)		
52.6		0.36	0.0182439	1524	152.4		
Entradas							
m.útil (kg)	L/D fog.	angulo	Cd	Cl	dens.Ar	h	
25.0	10.0	50.0	0.15	0.08	1.1	0.010	

1 - Submeter

Parâmetros do Foguete

Diâmetro da Câmara 6" C_L 0,08
 (L/D)_{CÂMARA} 4 Ângulo de Lançamento (graus) 50
 Massa Útil (kg) 25 (L/D)_{FOGUETE} 10
 C_D 0,15

A prévia do desempenho fornecida pelo programa encontra-se a seguir. A partir desta, será discutida a necessidade de uma nova iteração, com base nos parâmetros definidos anteriormente como condições iniciais.

RESULTADOS OBTIDOS

Alcance Maximo = 30627.120878

Teto Maximo = 5915.164496

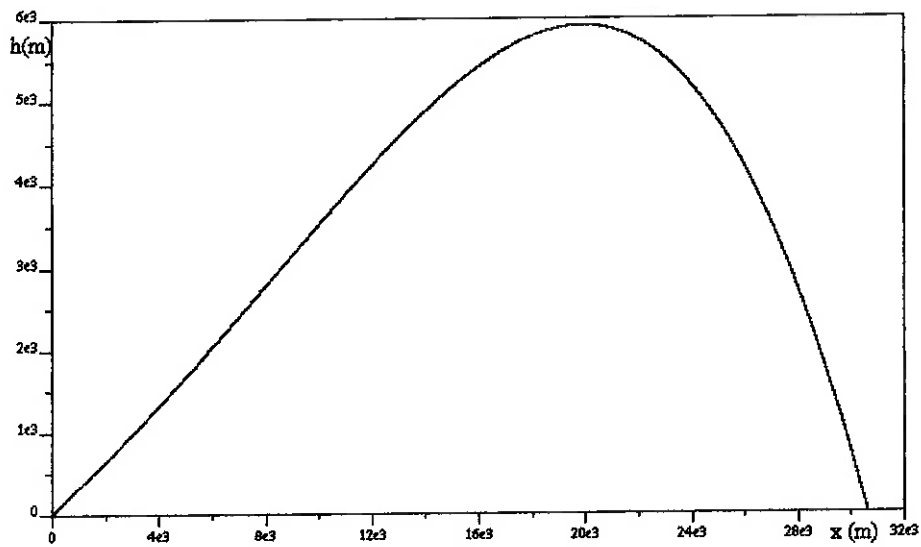


Figura 30 - Trajetória, $h(x)$, do caso 3

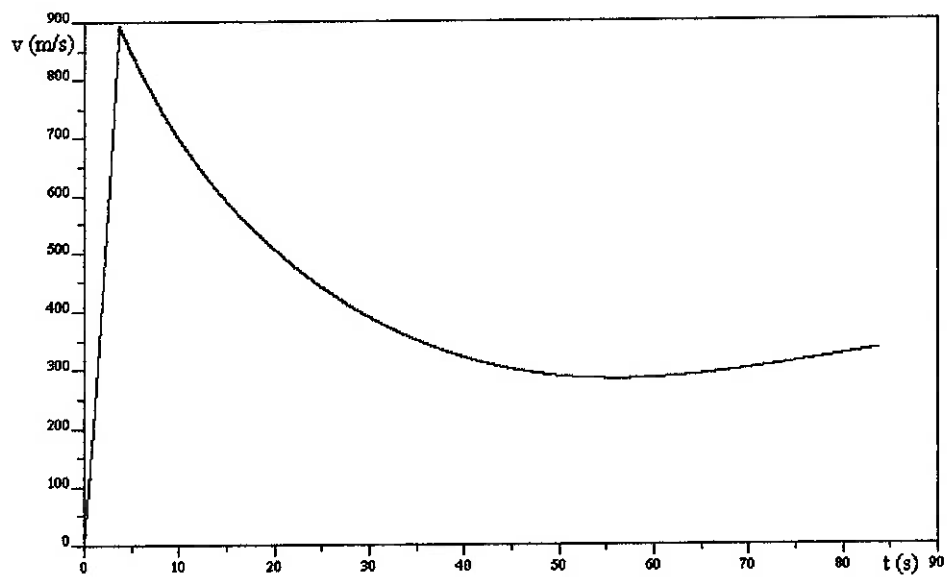


Figura 31 - Velocidade pelo tempo, $v(t)$, do caso 3

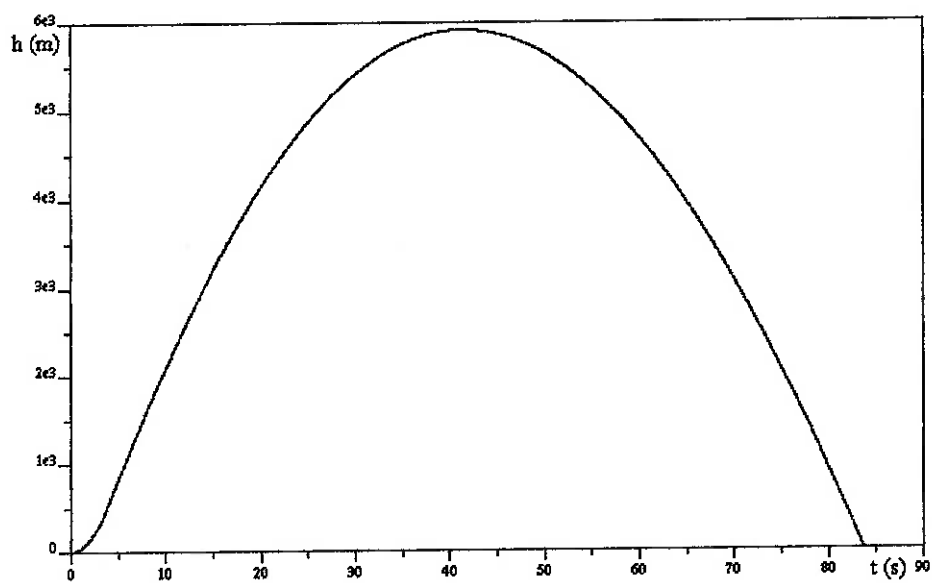


Figura 32 - Altura em função do tempo do caso 3

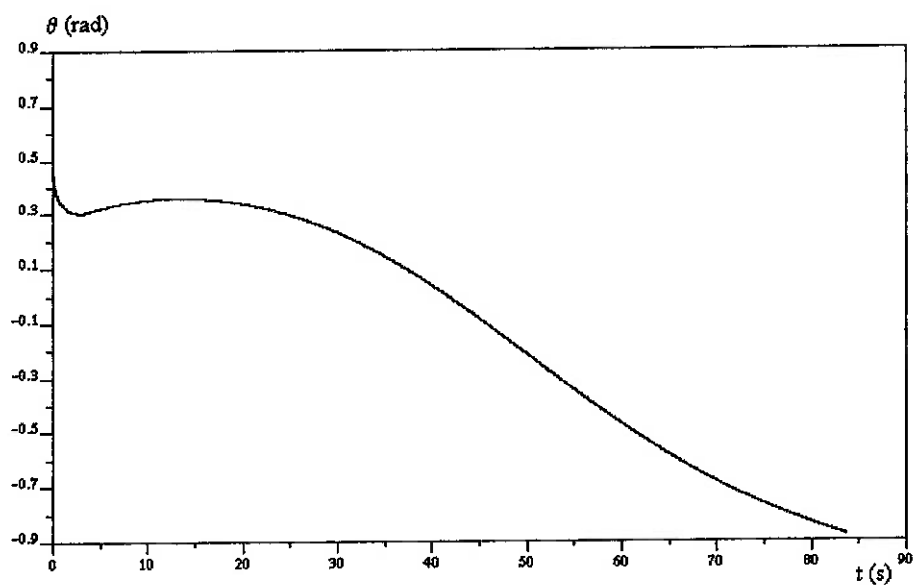


Figura 33 - Inclinação do corpo do foguete em função do tempo para o caso 3

10. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização deste trabalho teve como maior empecilho a escassez de informações relativas ao tema, talvez por se tratar de tecnologias relacionadas a assuntos estratégicos e de aplicações militares.

A bibliografia básica utilizada data do fim da II Guerra Mundial, quando a aplicação de foguetes de combustível sólido estava em seu auge, devido a sua simplicidade e também ao fato de o uso de propelente líquido ser ainda um desafio tecnológico.

O estudo da combustão do foguete foi bem interessante, principalmente no sentido de ter uma abordagem totalmente diferente dos casos usualmente estudados em cursos de graduação, normalmente focados em processos industriais, motores de combustão interna e turbinas.

O motor-foguete apresentou aos autores deste trabalho o uso de propelentes como combustível, eliminando assim a dependência do oxigênio do ar como oxidante da reação. Além disso foi interessante o estudo realizado à cerca da taxa de reação, principalmente pelo fato das bibliografias a respeito apresentarem extensa teoria do fenômeno, mas no entanto exibirem uma escassez de dados empíricos, como as constantes da taxa de combustão ou mesmo as propriedades de alguns propelentes, como densidade, temperatura adiabática de chama, entre tantas outras.

O resultado obtido no método de avaliação da pressão da câmara e dos parâmetros de desempenho do motor-foguete foi extremamente satisfatório, apresentado resultados que refletiam a realidade dos fenômenos e que eram bem próximos a valores obtidos empiricamente.

Ao estudar-se a dinâmica do foguete, foi muito discutido sobre a necessidade da criação de um modelo mais complexo, com uma quantidade maior de graus de liberdade, o qual teoricamente nos forneceria resultados mais precisos.

Apesar de ser uma modelagem um pouco mais simplificada, esta nos levou à complexas equações diferenciais, as quais tentamos a princípio resolvê-las de maneira algébrica. No decorrer do trabalho, chegamos à conclusão de que o uso de um método numérico para solução de equações diferenciais nos forneceria resultados com uma precisão satisfatória, simplificando bastante a aplicação do modelo.

A criação de um modelo mais sofisticado, com uma quantidade maior de graus de liberdade e a eliminação de alguma hipóteses, exigiria um ensaio da geometria do corpo do foguete em túnel de vento a diferentes velocidades e inclinações a fim de que sejam obtidos os coeficientes de momento, de força lateral e força normal. E assim, a partir daí, esses coeficientes seriam mapeados e aproximados por uma função $f(v, \alpha)$. A densidade do ar também poderia ser obtida em função da altitude de uma maneira muito simples.

Mas, com essa sofisticação adicional, este trabalho fugiria do escopo definido inicialmente, que é fornecer informações instantâneas sobre o desempenho de um foguete, a princípio, genérico. Deste modo, este refinamento poderia ser posicionado numa etapa seguinte à esse trabalho, o qual pode ser definido como pré-análise.

A partir do desenvolvimento e resultados obtidos nesse trabalho, conseguimos chegar a números de desempenho muito próximos dos que encontramos nas referências utilizadas, obtendo assim um sucesso quanto ao que foi proposto no início dos trabalhos.

A Tabela a seguir mostra os principais resultados obtidos e comparações com foguetes disponíveis no mercado:

RESULTADOS E COMPARAÇÕES ENTRE OS MODELOS ENSAIADOS E MODELOS DISPONÍVEIS NO MERCADO					
MODELO	Foguetes Anti-granizo Similares		Foguetes Anti-Tanque Similares		Foguete de Saturação Simulado
	POLIESTER PRIBOJ ANTI-HAIL ROCKET	Modelo Simulado	SAEGHEG	Modelo Simulado	
Diâmetro	72 mm	50 mm	40 mm	38 mm	152 mm
Comprimento	950 mm	600 mm	590 mm	305 mm	1524 mm
Massa	5,3 kg	4,6 kg	1,4 kg	2,8 kg	53 kg
Massa Útil	0,4 kg	3 kg	1,1 kg	2 kg	25 kg
Alcance Máximo	7 km	6,7 km	1,8 km	1,6 km	31 km
Teto Máximo	5,5 km	6,4 km	-	59 m	6 km

11.BIBLIOGRAFIA

- [1] VAN WYLEN, G. J.; SONNTAG, P.E.; BORGNAKKE, C. **Fundamentos da Termodinâmica**. 5.ed. Editora Edgar Blücher Ltda.
- [2] CHIN, S.S. **Missile configuration Design**. McGraw-Hill Book Company, Inc, 1961.
- [3] SUTTON, G.P. **Rocket Propulsion: An introduction to the engineering**. 2.ed. John Wiley & Sons, Inc, 1956;
- [4] NIEBLE, MARCIO D.; MAXIMIANO, ULISSES; **Motor – Foguete (Parte I) : Estudo da queima do propelente software APOGEU**.
- [5] HAUSCHILD, REINHARD. **Raketen**. Bonn: Athenäum-Verlag Junker und Dünnhaupt KG, 1958.
- [6] COUTINHO, ARISTO; D'SOUZA BRIAN; DELANEY, LUKE. **Compressible flow assessment and mechanical design of a solid rocket motor**. 2003. Trabalho de Conclusão de Curso - Dept. of Mechanical Engineering; Padre Conceição college of engineering; Agnel Thecnical Complex.
- [7] R. N. WIMPRESS. **Internal Ballistics of Solid-Fuel Rockets: Military Rockets Using Dry-processed Double-base Propellant as Fuel**. 1.ed. McGraw-Hill Book Company, Inc, 1950.
- [8] D. LESIEUTRE, J. LOVE, AND M. DILLENIOUS; **High Angle of Attack Missile Aerodynamics Includeing Rotational Rates : Program M3HAX**; Atmospheric Flight Mechanics Conference. San Diego, 1996.
- [9] LESTER L. CHONVICH; **Aerodynamic Considerations for Autopilot Design: Tactical Missile Aerodynamics General Topics**; The Jonhs Hopkins University applied Physics Laboratory, Laurel, Maryland.
- [10] ANTI-HAIL ROCKET LAZUR-1. Disponível em <<http://www.arsenal-bg.com/civilian/lazur/lazur.htm>>. Acesso em 05 de abr. 2004.
- [11] POLIESTER PRIBOJ, YUGOSLAVIA - POLIESTER COMPOSITS, THERMOPLASTS, DUROPLASTS AND POLIURETAN PRODUCTS - ANTI HAIL ROCKETS. Disponível em <<http://www.poliesterpriboj.com/en/antihailrockets.htm>>. Acesso em 05 de abr. 2004.

- [12] ANTI HAIL ROCKET COMPLEX "ALAN". Disponível em <<http://www.nacltd.co.uk/arab/index.php?id=9>>. Acesso em 12 de abr. 2004.
- [13] IRAN-AIO. Disponível em <<http://www.iran-aio.com>>. Acesso em 23 de abr. 2004.
- [14] RICHARD NAKKA'S EXPERIMENTAL ROCKETRY WEB SITE. Disponível em <<http://www.nakka-rocketry.net/>>. Acesso em 01 de mai. 2004.

12. APÊNDICES

12.1. Código Fonte do Programa

```
/*
```

```
ESTUDO DINÂMICO DE UM FOGUETE
```

Este programa simula a trajetória de um foguete, tendo como entrada parâmetros como a massa inicial, massa de propelente, coeficientes de arrasto e sustentação, ângulo de lançamento, densidade do ar e impulso específico. Gera um arquivo chamado saída.dat, onde contém 5 colunas de dados, os quais são tempo, velocidade ao longo do comprimento, angulo com a horizontal, altura e alcance horizontal respectivamente*/

```
#include <stdio.h>
```

```
#include <stdlib.h>
```

```
#include <math.h>
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    FILE *saida1;
```

```
    FILE *entrada;
```

```
    FILE *desempenho;
```

```
    double w; /*força peso*/
```

```
    double v;
```

```
    double yt;
```

```
    double x2;
```

```
    double y2;
```

```
    double ang; /*angulo de lançamento em graus*/
```

```
    double y;
```

```
    double yv2;
```

```
    double vi=0;
```

```
    double kv1;
```

```
    double kt1;
```

```
    double kv2;
```

TRABALHO DE FORMATURA 2004

```
double kt2;
double va;
double tetaa; /*ângulo do corpo do foguete com a horizontal (em
radianos)*/
double px;
double py;
double tp; /*tempo de queima do propelente*/
double t=0; /*contador de tempo*/
double yv;
double vx;
double vy;
double x;
double ro;
double h; /*parâmetro de integração (intervalo) */
double teta0;
double teta;
double psi; /*razão massa de propelente/massa inicial*/
double cd; /*coeficiente de arrasto*/
double cl; /*coeficiente de sustentação*/
double m0; /*massa de lançamento do foguete(inicial)*/
double mp; /*massa de propelente*/
double g; /*aceleração da gravidade*/
double is; /*impulso específico*/
double a;
double m;
double tan;
double maax=0;
double maay=0;
double empuxo;

g=9.81;

printf ("\n ESTUDO DINAMICO DE UM FOGUETE \n\n");
printf ("Este programa gera um arquivo chamado saida.dat o qual
possui \nquatro colunas sendo o tempo, velocidade longitudinal, angulo
\nem relacao a horizontal e os alcances horizontal e vertical
\nrespectivamente \n\n");
```

```
saida1 = fopen("saida.dat","w");
entrada = fopen("entrada.txt","r");
desempenho = fopen("desempenho.txt","w");

fscanf(entrada,"%lf",&m0);
fscanf(entrada,"%lf",&mp);
fscanf(entrada,"%lf",&tp);
fscanf(entrada,"%lf",&empuxo);
fscanf(entrada,"%lf",&ang);
fscanf(entrada,"%lf",&cd);
fscanf(entrada,"%lf",&cl);
fscanf(entrada,"%lf",&ro);
fscanf(entrada,"%lf",&a);
fscanf(entrada,"%lf",&h);

is = (empuxo*tp)/(mp*9.8);

psi=mp/m0;
w=m0*g;
px=0;
py=0;
va=0.1;
tetaa=(ang*2*M_PI)/360;

while (t<tp) /*Primeira etapa (entre lançamento e final da
combustão)*/
{

    fprintf(saida1,"%lf %lf %lf %lf %lf \n", t, va, tetaa, px,
py);/*gravação das variáveis t(tempo),
    va(velocidade longitudinas), tetaa(angulo do corpo),
px(altura) e py(alcance horizontal)*/
    kv1=g*(((is*psi/tp)-0.5*cd*ro*pow(va,2)*(a/w))/(1-
psi*t/tp))-sin(tetaa));
    kt1=(g/va)*(((0.5*cl*ro*pow(va,2)*(a/w))/(1-psi*t/tp))-
cos(tetaa));
    kv2=g*((((is*psi)/tp)-0.5*cd*ro*pow((va+h*kv1),2)*(a/w))/(1-
psi*(t+h)/tp))-sin(tetaa+h*kt1));
```

```

        kt2=(g/(va+h*kv1))*(((0.5*c1*ro*pow((va+h*kv1),2)*(a/w))/(1-
psi*(t+h)/tp))-cos(tetaa+h*kt1));
        va=va+(h/2)*(kv1+kv2);
        tetaa=tetaa+(h/2)*(kt1+kt2);
        vx = va*cos(tetaa);
        vy=va*sin(tetaa);
        px = px+vx*h;
        py=py+vy*h;
        ang = tetaa*360/(2*M_PI);
        if(px>maax)
            maax=px;
        if(py>maay)
            maay=py;
        t=t+h;
        if(py<0)
            break;
    }

    while (py>=0) /*segunda etapa (entre o final da combustão e a
queda*/
    {
        fprintf(saida1,"%lf %lf %lf %lf %lf %lf \n", t, va, tetaa, px,
py);
        kv1=g*(((0.5*cd*ro*pow(va,2)*(a/w))/(1-psi))-sin(tetaa));
        kt1=(g/va)*(((0.5*c1*ro*pow(va,2)*(a/w))/(1-psi))-
cos(tetaa));
        kv2=g*(((0.5*cd*ro*pow((va+h*kv1),2)*(a/w))/(1-psi))-
sin(tetaa+h*kt1));
        kt2=(g/(va+h*kv1))*(((0.5*c1*ro*pow((va+h*kv1),2)*(a/w))/(1-
psi))-cos(tetaa+h*kt1));
        va=va+(h/2)*(kv1+kv2);
        tetaa=tetaa+(h/2)*(kt1+kt2);
        vx = va*cos(tetaa);
        vy=va*sin(tetaa);
        px = px+vx*h;
        py=py+vy*h;
        ang = tetaa*360/(2*M_PI);
        if(px>maax)
            maax=px;
    }

```

TRABALHO DE FORMATURA 2004

```
        if(py>maay)
            maay=py;
        t=t+h;
        if(t>300)/*tempo máximo de voo 5 minutos*/
            return 0;
    }

    fprintf(desempenho, "##### RESULTADOS OBTIDOS ##### \n\n
Alcance Maximo = %lf \n Teto Maximo = %lf", maax, maay);

    return 0;
}
```